

Fondamenti e applicazioni di termodinamica

G. V. Fracastoro

*Dipartimento di Energetica
Politecnico di Torino, dicembre 2000*

FONDAMENTI E APPLICAZIONI DI TERMODINAMICA

G. V. FRACASTORO

Otto Editore Piazza Vittorio Veneto 14 – 10100 Torino
www.otto.to.it

INDICE

PREMESSA.....	1
1. INTRODUZIONE ALLA TERMODINAMICA E PROPRIETÀ DELLE SOSTANZE	2
1.1 DEFINIZIONI FONDAMENTALI	2
1.2 EQUILIBRIO, STATO E TRASFORMAZIONE	3
PRESSIONE	4
TEMPERATURA.....	4
1.3 REVERSIBILITÀ ED IRREVERSIBILITÀ	4
PROBLEMA DI ZEMANSKY	5
CONCLUSIONI DI CARATTERE GENERALE	7
1.4 LAVORO	8
1.5 CALORE.....	9
1.6 SOSTANZE PURE E LORO FASI.....	10
REGOLA DELLE FASI.....	10
CAMBIAMENTI DI FASE.....	11
1.7 TRANSIZIONE LIQUIDO-VAPORE.....	12
1.8 I GAS IDEALI	15
2. I PRINCIPI DELLA TERMODINAMICA	17

2.1	PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA	17
	L'ESPERIENZA DI JOULE.....	17
	L'APPROCCIO ASSIOMATICO AL I PRINCIPIO	19
2.2	IL PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA PER I SISTEMI APERTI E L'ENTALPIA	20
	DIMOSTRAZIONE	22
2.3	IL SECONDO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA	24
	POSTULATO DI CLAUSIUS	24
	ENUNCIATO DI KELVIN-PLANCK.....	25
	MACCHINE CHE PRODUCONO LAVORO.....	25
	MACCHINE CHE ASSORBONO LAVORO E II ENUNCIATO DI CLAUSIUS	27
2.4	IL SECONDO PRINCIPIO PER I SISTEMI APERTI E PER L'EXERGIA	29
2.5	EQUAZIONI DI GIBBS E CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA	31
2.6	TRASFORMAZIONI TERMODINAMICHE	32
	TRASFORMAZIONI POLITROPICHE	32
	TRASFORMAZIONI ISENTALPICHE	32
2.7	LE MACCHINE TERMICHE	33
2.8	RIEPILOGO EQUAZIONI FONDAMENTALI	35
3.	APPLICAZIONI: CICLI TERMODINAMICI DEI GAS IDEALI.....	36
3.1	TRASFORMAZIONI DEI GAS IDEALI	36
	CALORI SPECIFICI DEI GAS IDEALI	36
	TRASFORMAZIONI POLITROPICHE	37
	LAVORO DI UNA POLITROPICA	39
	PROPRIETÀ DEI CICLI DI QUATTRO POLITROPICHE	39
3.2	RAPPRESENTAZIONI GRAFICHE DELLE TRASFORMAZIONI DEI GAS IDEALI.....	40

DIAGRAMMA DI CLAPEYRON (P, V)	40
DIAGRAMMA DI GIBBS (T, S)	41
3.3 CICLI PERCORSI DA FLUIDI ASSIMILABILI A GAS IDEALI	41
CICLO DI CARNOT	41
CICLO JOULE IDEALE	43
CICLO OTTO	45
CICLO DIESEL	47
4. APPLICAZIONI: VAPORI E ARIA UMIDA	49
4.1 TRANSIZIONI DI FASE	49
DIAGRAMMI DI MOLLIER	50
4.2 CICLI DIRETTI A VAPORE	51
PROVVEDIMENTI PER MIGLIORARE IL RENDIMENTO DEI CICLI DIRETTI A VAPORE	53
COGENERAZIONE	54
4.3 CICLI INVERSI	55
CICLI INVERSI A COMPRESSIONE DI VAPORE	55
MACCHINE FRIGORIFERE AD ASSORBIMENTO	57
4.4 MISCELE DI GAS: L'ARIA UMIDA	58
DIAGRAMMA DI MOLLIER PER L'ARIA UMIDA	60
DIMOSTRAZIONE	61
ANDAMENTO DELLE ISOTERME	62
4.5 TRASFORMAZIONI DELL'ARIA UMIDA	63
MISCELAZIONE	63
RISCALDAMENTO	64
RAFFREDDAMENTO	64
UMIDIFICAZIONE	66

4.6 IMPIANTI DI CONDIZIONAMENTO A TUTT'ARIA.....	67
CASO ESTIVO.....	67
CASO INVERNALE	69
5. GENERALITÀ SULLA TRASMISSIONE DEL CALORE E CONDUZIONE.....	71
5.1 CONDUZIONE E LEGGE DI FOURIER.....	71
5.2 EQUAZIONE GENERALE DELLA CONDUZIONE	73
COORDINATE RETTANGOLARI.....	73
DIMOSTRAZIONE 1.....	74
COORDINATE CILINDRICHE	75
5.3 CONDIZIONI AL CONTORNO E SCAMBIO TERMICO MISTO.....	76
IRRAGGIAMENTO.....	77
CONVEZIONE.....	78
SCAMBIO TERMICO LIMINARE.....	78
5.4 PARETE PIANA.....	79
PARETE PIANA MONOSTRATO CON CONDIZIONI AL CONTORNO DEL 1° TIPO	79
PARETE PIANA MULTISTRATO CON CONDIZIONI AL CONTORNO DEL 1° TIPO.....	81
PARETI PIANE CHE SEPARANO AMBIENTI A TEMPERATURA PREFISSATA	82
DIAGRAMMA (T, R).....	83
5.5 PARETE CILINDRICA.....	84
PARETE MONOSTRATO CON CONDIZIONI AL CONTORNO DEL 1° TIPO.....	84
PARETI CILINDRICHE CHE SEPARANO FLUIDI A TEMPERATURA PREFISSATA	85
5.6 TRANSITORI TERMICI IN SISTEMI A CAPACITÀ TERMICA CONCENTRATA.....	86
5.7 ALCUNI PROBLEMI PARTICOLARI	88
TEMPERATURA SOLE-ARIA.....	88
PARETI PIANE COMPOSITE.....	89

ALETTE DI RAFFREDDAMENTO	90
DIMOSTRAZIONE 2.....	93
6. IRRAGGIAMENTO.....	95
6.1 LEGGI DEL CORPO NERO.....	96
6.2 CARATTERISTICHE RADIATIVE DELLE SUPERFICI REALI	98
6.3 SCAMBIO TERMICO PER IRRAGGIAMENTO FRA CORPI NERI	99
IRRAGGIAMENTO FRA DUE SUPERFICI NERE.....	99
IRRAGGIAMENTO FRA N SUPERFICI NERE	100
6.4 SCAMBIO TERMICO PER IRRAGGIAMENTO FRA SUPERFICI GRIGIE.....	101
VALORI DI F_e PER ALCUNE GEOMETRIE PARTICOLARI	101
LINEARIZZAZIONE DEL FLUSSO DI IRRAGGIAMENTO	101
7. CONVEZIONE.....	103
7.1 GENERALITÀ.....	103
7.2 REGIME DI MOTO E VISCOSITÀ.....	105
7.3 CONCETTO DI STRATO LIMITE	106
7.4 ANALISI DIMENSIONALE PER LA CONVEZIONE FORZATA	107
7.5 CONVEZIONE NATURALE.....	109
CALCOLO DELLO SCAMBIO TERMICO PER CONVEZIONE NATURALE PER ALCUNI CASI PARTICOLARI.....	110
INTERCAPEDINI	111
SIMBOLOGIA	112
BIBLIOGRAFIA	115

PREMESSA

Queste dispense sono state concepite come un supporto per lo studio e la preparazione dell'esame del nuovo modulo di Fondamenti e Applicazioni di Termodinamica per gli allievi del 2° anno di Ingegneria Civile. Il termine «Termodinamica» che compare nel titolo del modulo va inteso in questo caso in forma estensiva, includendovi di fatto anche la Trasmissione del Calore. Lo spazio dedicato alle applicazioni di questa disciplina, la cui conoscenza dovrebbe far parte del bagaglio culturale di qualsiasi ingegnere, è limitato agli aspetti che più sono d'interesse per un ingegnere civile. Per questo, oltre ad alcuni cenni agli impianti di potenza e a quelli frigoriferi, si è dato particolare rilievo al trattamento termoigrometrico dell'aria negli impianti di condizionamento.

Nello spirito della riforma universitaria si è cercato di dare al corso di Fondamenti e Applicazioni di Termodinamica un taglio più diretto e induttivo rispetto al corso di Fisica Tecnica, da cui esso deriva. Si è pertanto dato meno spazio alle dimostrazioni matematiche, relegandole talvolta in uno spazio apposito, in modo da consentire allo studente di non perdere di vista gli obiettivi principali della trattazione.

Rivolgo un caldo invito agli studenti a non accontentarsi delle note volutamente schematiche che troveranno in queste dispense e ad approfondire gli argomenti trattati ricorrendo alla vasta letteratura disponibile e in particolare a quella segnalata nella sezione BIBLIOGRAFIA riportata al fondo del testo. Saranno particolarmente gradite segnalazioni di errori e refusi, che purtroppo non mancheranno, dato anche il ridotto tempo che si è potuto dedicare alla preparazione delle dispense.

GVF

INTRODUZIONE ALLA TERMODINAMICA E PROPRIETÀ DELLE SOSTANZE

1.1 DEFINIZIONI FONDAMENTALI

La Termodinamica studia l'energia posseduta e scambiata dai corpi nelle sue varie forme e le trasformazioni di energia da una forma all'altra che hanno luogo durante i processi a cui i corpi sono sottoposti. Le leggi della Termodinamica costituiscono le *restrizioni di carattere generale* alle quali tali trasformazioni devono soggiacere.

La prima di tali leggi, come vedremo, riflette l'osservazione di un fatto sperimentalmente accertato, e cioè che *l'energia si conserva*. L'energia gode dunque della proprietà di conservazione ed è possibile pertanto dire che essa «esiste in quanto si conserva».

Occorre a questo punto definire l'oggetto la cui energia si conserva. Tale oggetto, a cui daremo il nome di *sistema termodinamico*, è una porzione finita di spazio, caratterizzata da un volume e da una massa costanti o variabili, ma identificabili in ogni istante. Il sistema è separato dall'ambiente esterno da un *contorno*, il quale può consentire o no il passaggio da o verso il sistema di energia e di massa. L'insieme di sistema + ambiente esterno costituisce l'universo. Se il contorno non lascia passare né energia né massa il sistema è detto *isolato*; se lascia passare solo energia, *chiuso*; se lascia passare energia e massa è detto *aperto*.

È opportuno distinguere fra due tipi di energia:

- quella *posseduta* dal sistema
- quella *in transito* attraverso il suo contorno.

Per quel che riguarda l'energia posseduta da un sistema si può definire una energia esterna che risulta dalla posizione (energia potenziale) e dalla velocità (energia cinetica) del sistema, e una energia interna associata alle proprietà interne del sistema, di cui si parlerà in seguito.

L'energia che attraversa il contorno può essere di due tipi: *lavoro* (L) e *calore* (Q). Quando vi è scambio di lavoro, esiste una forza applicata sul contorno del sistema, il cui punto di applicazione subisce uno spostamento. Quando attraverso il contorno del sistema vi è scambio di calore, a livello macroscopico si osserva che vi è sempre una differenza di temperatura fra il sistema e l'ambiente circostante e che il calore, come si vedrà, ha un verso preferenziale non invertibile.

È interessante osservare che, una volta trasferiti al sistema, calore e lavoro risultano del tutto indistinguibili.

1.2 EQUILIBRIO, STATO E TRASFORMAZIONE

Per definire lo stato termodinamico di un sistema è necessario introdurre il concetto di *equilibrio*: un sistema si dice in equilibrio quando è incapace di cambiamenti spontanei.

L'equilibrio può essere meccanico, termico o chimico. Un sistema isolato raggiunge dopo un certo periodo di tempo una condizione di equilibrio interno ed esterno con l'ambiente circostante.

In condizione di equilibrio il sistema può essere descritto attraverso il suo *stato termodinamico*, ovvero la totalità delle proprietà macroscopiche associate al sistema in quelle condizioni.

Si definiscono *intensive* le proprietà che non dipendono dalla massa, come, ad esempio, *temperatura* e *pressione*. Viceversa, le proprietà che dipendono dalla massa, come il volume, sono dette *estensive*. Se riferite all'unità di massa, le proprietà estensive vengono dette *specifiche* e come tali divengono intensive.

Lo stato di un sistema termodinamico semplice, ovvero una sostanza fluida omogenea formata da una sola specie chimica e nella quale possono essere trascurati fenomeni elettrici, magnetici, gravitazionali, etc., viene spesso definito attraverso le tre proprietà (dette anche *coordinate termodinamiche*) pressione (p), volume (V) e temperatura (T). Si parla in questo caso di sistemi pVT. La relazione che lega le coordinate termodinamiche di un sistema in equilibrio si chiama *equazione di stato*. Per un sistema pVT essa è espressa analiticamente da un'equazione del tipo:

$$f(p, V, T) = 0^1.$$

¹ Un esempio è l'equazione di stato dei gas ideali: $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$, di cui si parlerà nel

PARAGRAFO 1.8.

Quando un sistema si allontana dalle condizioni di equilibrio si dice che esso subisce una *trasformazione* (o processo) termodinamica, durante la quale le sue proprietà termodinamiche cambiano finché non si raggiungono nuove condizioni di equilibrio. Una trasformazione si dice *ciclica* (o semplicemente *ciclo*) quando gli stati iniziale e finale coincidono.

Pressione

La pressione, come si ricorderà, è la forza esercitata sull'unità di superficie. La sua unità di misura sono dunque i N/m^2 , ovvero pascal (Pa). Trattandosi di una grandezza impiegata in molte discipline diverse, sono presenti e ancora spesso usate molte altre unità di misura non S.I.: l'atmosfera (atm), il millimetro di colonna di mercurio (mm Hg), il millimetro di colonna d'acqua (mm H₂O), il bar, etc. I fattori di conversione da una unità all'altra sono riportati di seguito:

$$1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg} = 10332 \text{ mmH}_2\text{O} = 1.01325 \text{ bar} = 101325 \text{ Pa}$$

Temperatura

Il «Principio zero della Termodinamica» afferma che due corpi, ognuno in equilibrio termico con un terzo, sono in equilibrio termico fra di loro. Tale principio può essere riformulato affermando che *due corpi sono in equilibrio termico se hanno la stessa temperatura*, e permette di introdurre dunque la seguente definizione assiomatica della temperatura:

esiste una grandezza di stato detta temperatura che assume lo stesso valore in due corpi in equilibrio termico fra di loro.

La scala termometrica di uso più comune è la scala Celsius, definita inizialmente attraverso due punti fissi (la temperatura di fusione del ghiaccio e quella di ebollizione dell'acqua) a cui attribuisce i valori rispettivamente di 0 °C e 100 °C. Ne risulta che 1°C (*grado celsius*) corrisponde alla centesima parte dell'intervallo fra i due punti fissi sopra citati. Per rendere indipendente dalla sostanza la definizione della scala termometrica è stata introdotta la *temperatura termodinamica*, che nel sistema S.I. è la scala Kelvin. Attraverso considerazioni basate sul Secondo Principio della Termodinamica e il funzionamento di un motore termico essa permette di definire i rapporti fra le temperature assolute dei corpi. Per definire in modo completo l'unità di misura della temperatura, detta kelvin (K), si è poi attribuito il valore di 273.16 K (corrispondenti a 0.01 °C) alla temperatura assoluta del punto triplo dell'acqua. Si ha dunque la relazione:

$$T(\text{K}) = T(^{\circ}\text{C}) + 273.15$$

1.3 REVERSIBILITÀ ED IRREVERSIBILITÀ

Se una trasformazione è caratterizzata da una successione infinita di stati che tendono all'equilibrio (il che richiede che la trasformazione sia infinitamente lenta), ad ognuno dei quali corrisponde un ben preciso insieme di coordinate termodinamiche, essa viene detta *reversibile*.

Perché dunque una trasformazione possa essere detta reversibile è necessario che la differenza fra forze motrici e resistenti, come anche la differenza di

temperatura fra il sistema e l'esterno, siano infinitamente piccole, e dunque siano piccole le accelerazioni (variazioni di energia cinetica) e infinitamente lenti gli scambi di calore. Per illustrare la differenza fra reversibilità ed irreversibilità si esaminano, a titolo di esempio, il seguente problema (*Problema di Zemansky*).

Problema di Zemansky

Si abbia un cilindro che racchiude un gas in equilibrio termico, meccanico e chimico interno e con l'ambiente esterno (fig. 1.1a). Il pistone che lo sovrasta esercita una forza F_1 equilibrata dalla pressione del gas ed è dunque fermo nella posizione z_1 ; inoltre il sistema è in equilibrio termico con l'ambiente esterno, considerato come un *termostato*, ovvero un corpo capace di cedere o ricevere calore senza che vari la sua temperatura.

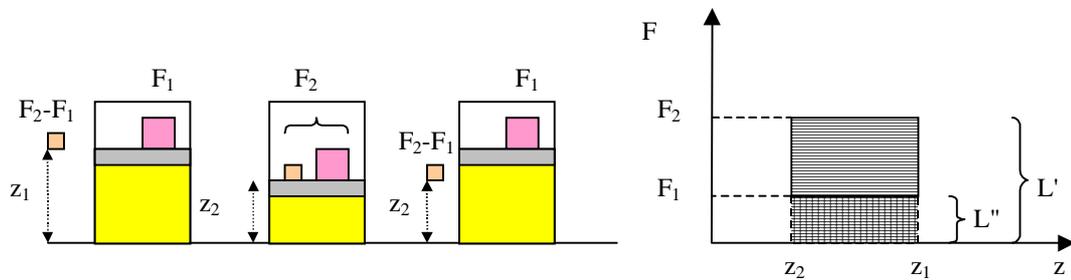


Fig. 1.1a – Problema di Zemansky e relativo diagramma (F, z) - *Caso a*.

Caso a

Alla stessa altezza z_1 del pistone si abbia un peso $(F_2 - F_1) > 0$. Posando il peso $(F_2 - F_1)$ sul pistone ci si allontana dalle condizioni di equilibrio. Il pistone accelera verso il basso e si ferma oscillando nella posizione z_2 . Durante il moto il gas tende a scaldarsi, non soltanto perché viene compresso, ma anche a causa degli attriti interni e della viscosità del gas; per riportarsi in equilibrio termico cede una quantità di calore Q' all'ambiente esterno. In questa fase inoltre l'ambiente esterno ha compiuto un lavoro positivo:

$$L' = F_2 \cdot (z_1 - z_2)$$

Rimovendo il peso il pistone si risollewa fino al livello z_1 assorbendo una quantità di calore Q'' dall'ambiente, pari a quella necessaria per compensare il raffreddamento dovuto all'espansione meno quello che vi viene introdotto a causa degli attriti. Si ha pertanto:

$$|Q'| > |Q''|$$

Inoltre l'ambiente esterno ha compiuto un lavoro:

$$L'' = -F_1 \cdot (z_1 - z_2)$$

Al termine delle due trasformazioni si osserva che il sistema si ritrova nelle condizioni iniziali (ha cioè subito una trasformazione ciclica), e che l'ambiente esterno:

- ha ricevuto una quantità netta di calore $|Q'| - |Q''| > 0$
- ha compiuto un lavoro netto:

$$L' + L'' = (F_2 - F_1) \cdot (z_1 - z_2)$$

Si osservi che il lavoro netto è proprio pari alla perdita di energia potenziale del peso, e dunque dell'ambiente esterno, che non è più nelle condizioni iniziali.

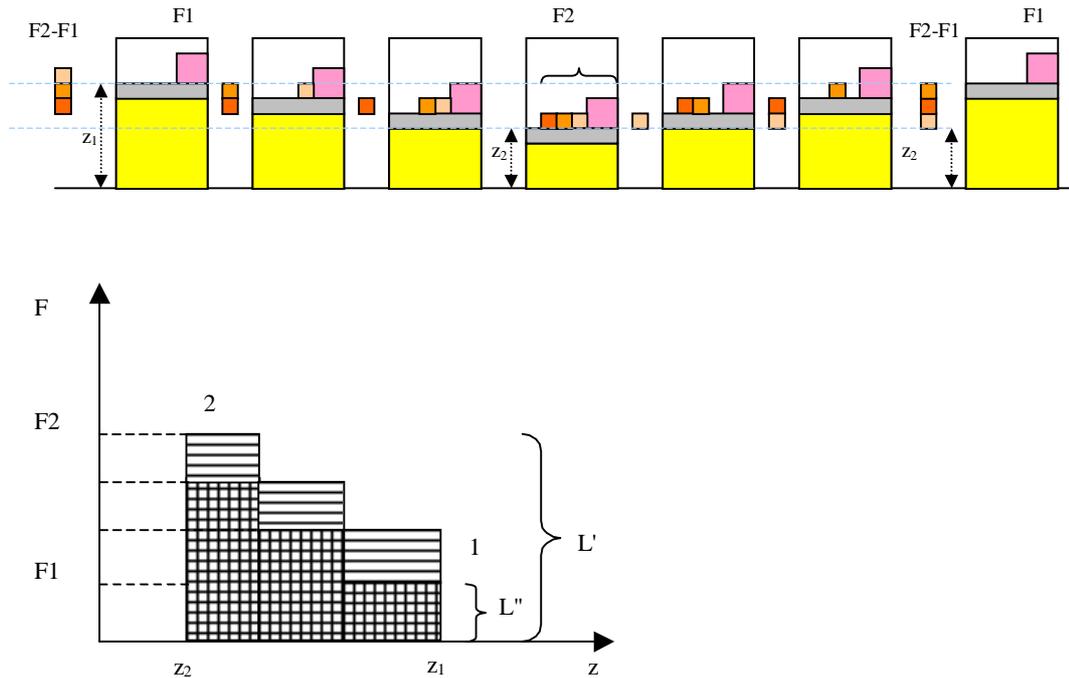


Fig. 1.1b – Problema di Zemansky e relativo diagramma (F, z) - *Caso b*.

Caso b

Si può ora ripetere l'operazione prelevando gradualmente da n livelli diversi n pesi uguali, pari ciascuno a $(F_2 - F_1)/n$ (si veda fig. 1.1b, in cui si è posto, a titolo di esempio, $n = 3$). Il livello di posizionamento di ogni pesino sarà scelto in modo da farlo coincidere con l'altezza raggiunta dal pistone all'equilibrio dopo l'aggiunta del pesino precedente.

Si osserva innanzitutto che la somma delle quantità di calore assorbite dall'ambiente tende a uguagliare la somma di quelle cedute (perché si riducono le dissipazioni). Inoltre è facile dimostrare che il lavoro netto effettuato dall'ambiente (pari al lavoro globale di compressione meno il lavoro globale di espansione) vale:

$$\frac{F_2 - F_1}{n} \cdot (z_1 - z_2),$$

pari alla variazione di energia potenziale di uno dei pesini dal livello z_1 al livello z_2 , e tendente a zero quando $n \rightarrow \infty$.

È immediato concludere che per $n \rightarrow \infty$ la forza esterna tende ad essere in ogni istante eguagliata dalla pressione interna e le accelerazioni del pistone tendono a zero. Le trasformazioni divengono così reversibili.

Conclusioni di carattere generale

Le conclusioni di carattere generale che si possono trarre dall'esperienza sopra descritta sono molteplici:

- se il processo è reversibile lo stato del sistema è noto in ogni fase del processo e le energie scambiate possono essere determinate attraverso le sole variabili di stato del sistema;
- la successione di due trasformazioni reversibili invertite ripristina sia le condizioni del sistema che quelle dell'ambiente esterno;
- le irreversibilità riducono sempre l'efficienza di un processo. Pertanto un processo reversibile rappresenta una astrazione che pone un limite superiore al lavoro che può essere ottenuto da un processo e pone un limite inferiore al lavoro richiesto per compiere un processo.

Una trasformazione reversibile può dunque essere definita come una successione di stati di equilibrio, in cui le variabili intensive interne uguagliano quelle esterne. Ad ognuno di questi stati corrisponde un certo numero di proprietà macroscopiche (coordinate termodinamiche) che dà luogo ad un punto su un diagramma di stato. L'insieme dei punti che descrive l'evolversi degli stati di equilibrio dà luogo a sua volta ad una curva che descrive in forma grafica la trasformazione.

Se invece la trasformazione è irreversibile gli stati intermedi non sono stati di equilibrio e non possono essere caratterizzati da valori definiti delle coordinate termodinamiche, e dunque soltanto gli estremi della trasformazione possono essere rappresentati su un diagramma di stato.

1.4 LAVORO

Come si è detto, il lavoro è scambio di energia dovuto all'azione di una forza (generalizzata), il cui punto di applicazione subisce uno spostamento (generalizzato). Ne sono esempi lo spostamento di un pistone, la rotazione di un'elica collegata ad un albero, una corrente elettrica che percorre un conduttore che attraversa il contorno del sistema. I sistemi termodinamici chiusi scambiano lavoro con l'esterno prevalentemente attraverso variazioni di volume. Un esempio classico è un fluido contenuto in un cilindro a pareti rigide, ma chiuso da un pistone scorrevole, il cui moto denota lo scambio di lavoro. In questo caso si parla di *lavoro termodinamico* o *lavoro di variazione di volume* (L). I sistemi aperti hanno invece, in genere, il contorno rigido e scambiano lavoro con l'esterno attraverso sistemi collegati ad un albero ruotante (turbine, compressori, ventilatori). In questo caso si parla di *lavoro all'asse* o *lavoro interno* (L_i). Di quest'ultimo si parlerà più approfonditamente nel CAPITOLO 2.

Il lavoro termodinamico compiuto da un sistema sotto l'azione di una forza esterna F vale:

$$L = - \int \vec{F} \times d\vec{s} \quad 1.1$$

in cui il segno meno è imposto dalla convenzione che in Termodinamica si considera *positivo il lavoro compiuto dal sistema*.

Se la trasformazione è reversibile la pressione interna uguaglia continuamente la forza F e dunque:

$$L_{\text{rev}} = \int p \cdot A \cdot ds = \int p \cdot dV \quad 1.2$$

Se invece la trasformazione è irreversibile il lavoro sarà sempre minore di L_{rev} se $L > 0$ e maggiore in valore assoluto di L_{rev} se $L < 0$. Ovvero:

$$L = L_{\text{rev}} - L_w = \int p \cdot dV - L_w \quad 1.3$$

in cui L_w rappresenta il lavoro perso per irreversibilità.

Riportando la trasformazione su un diagramma (p, V), noto come *diagramma di Clapeyron*, il lavoro è pari all'area sottostante la trasformazione stessa. Poiché la pressione è sempre positiva, il lavoro ha lo stesso segno di dV .

Si osservi che nel caso di uno spostamento infinitesimo della forza esterna il lavoro infinitesimo compiuto non rappresenta il differenziale esatto di una funzione L , ma una quantità infinitesima di lavoro e dunque va indicato con un simbolo diverso da quello di differenziale (δL anziché dL).

Una ovvia conseguenza di ciò è che il lavoro compiuto fra due stati estremi dipende dalla trasformazione compiuta e non soltanto dagli stati estremi, come si desume dalla figura 1.2 (a) e (b).

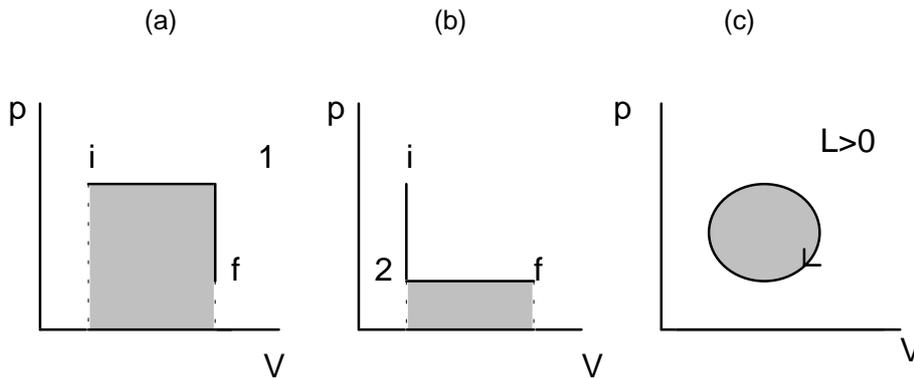


Fig.1.2 – Valutazione grafica del lavoro sul diagramma (p, V).

$$a) \quad L_{if} = \int_{i}^{f} p \cdot dV = p_1 \cdot (V_f - V_i)$$

$$b) \quad L_{if} = \int_{i}^{f} p \cdot dV = p_2 \cdot (V_f - V_i)$$

Nel caso di trasformazione ciclica (1.2 c) il lavoro complessivo è uguale all'area del ciclo; maggiore di zero se percorso in senso orario (*macchina termica*); minore di zero se percorso in senso antiorario (*macchina frigorifera o pompa di calore*).

1.5 CALORE

Come detto in precedenza, a livello macroscopico il calore è energia in transito per effetto di una differenza di temperatura.

Il calore, come il lavoro, non è una proprietà del sistema, ma è funzione della trasformazione seguita. Il simbolo δQ non indica pertanto il differenziale esatto di una funzione Q dello stato termodinamico di un sistema, funzione che non esiste, ma una quantità infinitesima che, integrata, dà una quantità finita.

Convenzionalmente viene considerato *positivo il calore fornito al sistema*.

Si definisce *capacità termica* la quantità di calore necessaria per elevare di un grado la temperatura di un determinato corpo. Poiché la capacità termica è in genere funzione della temperatura, conviene esprimerla come:

$$C = \frac{\delta Q}{dT} \tag{1.4}$$

Poiché δQ dipende dal tipo di trasformazione, la capacità termica sarà in genere diversa per ogni tipo di trasformazione. Ad esempio:

$$C_p = \left(\frac{\delta Q}{dT} \right)_p \text{ per una trasformazione a pressione costante (isobara)}$$

$$C_v = \left(\frac{\delta Q}{dT} \right)_v \text{ per una trasformazione a volume costante (isocora)}$$

Per esprimere le caratteristiche di una sostanza conviene riferire la capacità termica all'unità di massa. Si indicherà questa quantità, detta capacità termica massica o *calore specifico*, con la lettera *c* minuscola.

1.6 SOSTANZE PURE E LORO FASI

Per sostanza pura si intende una sostanza la cui composizione chimica è la stessa in tutta la massa. L'aria e l'acqua sono, ad esempio, sostanze pure, mentre non lo è una miscela di olio e acqua. Una miscela di due o più *fasi* di una stessa sostanza (ad esempio, acqua e ghiaccio) è ancora una sostanza pura.

Come è noto, una sostanza può trovarsi in natura in fase *solida*, *liquida* o *gassosa* (detta anche *aeriforme*). Nel primo caso le molecole sono molto vicine fra loro e si dispongono secondo un reticolo tridimensionale che, per l'equilibrio esistente fra forze repulsive e attrattive, può essere considerato rigido. Nella fase liquida le molecole non assumono più una posizione fissa, ma restano vicine le une alle altre, pur allontanandosi un po' rispetto alla fase solida (tranne l'acqua). Nella fase gassosa o aeriforme le molecole si muovono liberamente e in modo disordinato l'una rispetto all'altra: le distanze sono grandi ed elevato è il loro livello energetico.

Regola delle fasi

La *regola delle fasi* di Gibbs consente di determinare il numero di variabili intensive indipendenti (o gradi di libertà) che consentono di descrivere lo stato termodinamico di una sostanza qualunque. Essa può essere formulata come segue:

$$f = n - r + 2 \qquad 1.5$$

dove:

f = numero di gradi di libertà

n = numero di componenti nel sistema

r = numero di fasi presenti

Dunque, per una sostanza pura (*n* = 1) si ha: *f* = 3 - *r*. Ciò significa che se è presente una sola fase sono sufficienti due variabili intensive indipendenti per descrivere compiutamente lo stato termodinamico di un sistema, se sono presenti due fasi (ad esempio, liquido e vapore) ne è sufficiente una, mentre, quando sono presenti tutte e tre le fasi contemporaneamente, non vi sono gradi di libertà. Pertanto quest'ultima situazione identifica uno stato termodinamico, caratterizzato da una ben precisa temperatura e pressione, detto *punto triplo*.

Un utile modo di rappresentazione delle relazioni esistenti nelle varie fasi fra pressione, volume massico e temperatura è dato dal diagramma tridimensionale riportato in figura 1.3. Da esso si vede come esistano regioni dove la sostanza è presente in fase solida (S), liquida (L) e gassosa (G), ed altre regioni in cui due

di queste fasi coesistono: solido-gas (S-G), solido-liquido (S-L) e liquido-gas (L-G). Vi è inoltre una linea AB in cui sono presenti contemporaneamente tutte e tre le fasi (S-L-G).

Proiettando il diagramma tridimensionale di figura 1.3 sul piano (p, T) la linea AB si riduce al punto triplo e le regioni di compresenza di due fasi si riducono a delle curve (fig.1.4).

Per l'acqua il punto triplo corrisponde ad una temperatura di 273.16 K e una pressione di 610.8 Pa.

Cambiamenti di fase

Particolare interesse hanno nella tecnica le transizioni di fase, perché esse mettono in gioco grandi quantità di energia².

Il passaggio solido – liquido viene detto *fusion*e o *liquefazione* e quello inverso *solidificazione*.

Il passaggio liquido – vapore viene detto *vaporizzazione* (a volte si parla impropriamente di evaporazione e di ebollizione) e quello inverso *condensazione*.

Al di sotto del punto triplo la fase liquida non esiste più; il passaggio diretto solido – vapore viene detto *sublimazione* e quello inverso *sublimazione inversa*.

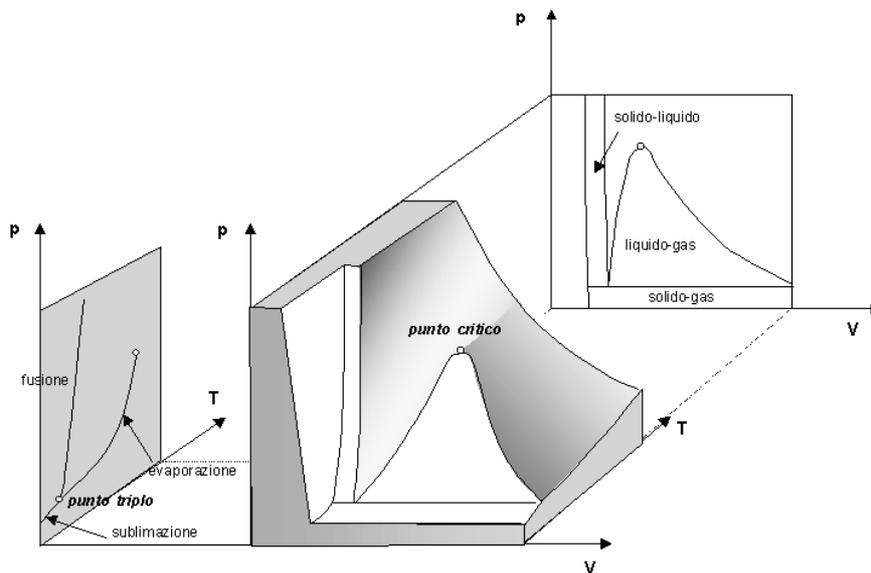


Fig. 1.3 – Diagramma (p, v, T) per una sostanza pura.

² Si pensi che l'energia necessaria per vaporizzare (far bollire) un litro d'acqua è 6 volte maggiore di quella necessaria per scaldarlo da 0°C a 100°C.

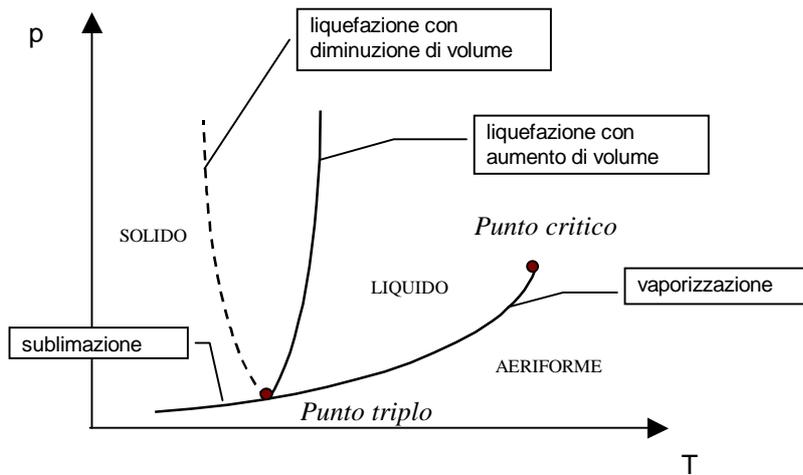


Fig. 1.4 – Diagramma (p, T) per una sostanza pura.

1.7 TRANSIZIONE LIQUIDO-VAPORE

Vediamo adesso in maggior dettaglio ciò che avviene nel passaggio da liquido a vapore (e viceversa), descrivendo con l'ausilio del diagramma (p, v) i risultati di un esperimento consistente nel riscaldare a pressione costante l'unità di massa di una sostanza, inizialmente in fase liquida (fig.1.5).

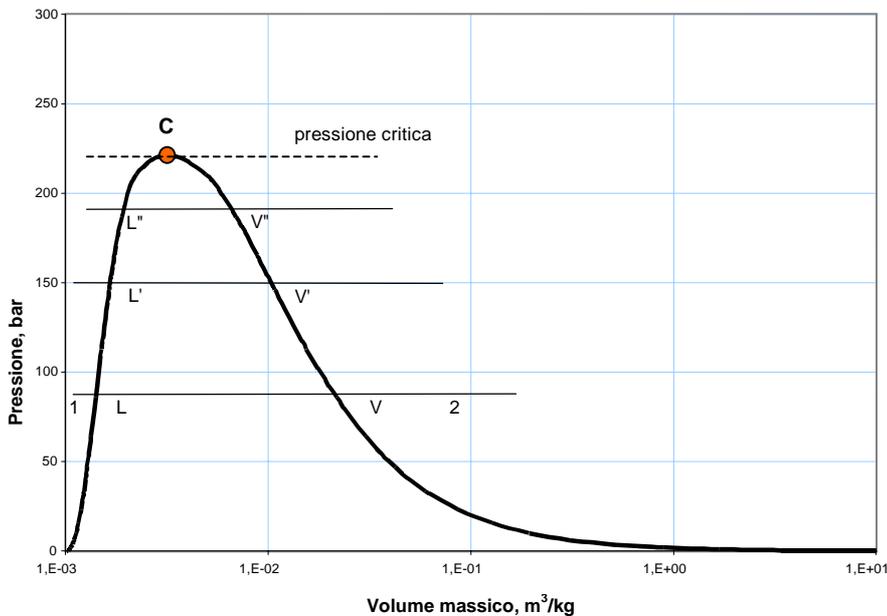


Fig. 1.5 – Transizione isobara liquido-vapore sul diagramma di Clapeyron (acqua).

In un primo tempo si osserverà un regolare aumento della temperatura (1-L) ed un aumento quasi trascurabile del volume massico. Poi la temperatura resterà costante e si osserverà un repentino aumento del volume massico (L-V). Infine, la temperatura riprenderà a salire e con essa il volume massico (V-2).

Nel processo (L-V) il calore fornito serve a modificare lo stato di aggregazione della sostanza (*cambiamento di stato*). I punti intermedi fra L e V non rappresentano un sistema omogeneo in una unica fase, ma una miscela (*fluido bifase*) composta da liquido saturo in condizioni L, e da vapore saturo secco in condizioni V. Questa miscela viene detta *vapore umido*.

La temperatura a cui inizia il cambiamento di fase si chiama temperatura di saturazione (o evaporazione o condensazione) a quella pressione.

Riassumendo:

- 1-L liquido sottoraffreddato (o semplicemente liquido)
- L liquido saturo
- L-V vapore umido
- V vapore saturo secco
- V-2 vapore surriscaldato (\Rightarrow gas)

Ripetendo l'esperimento a pressioni diverse si possono costruire due curve:

- la curva dei punti L = *curva limite inferiore*
- la curva dei punti V = *curva limite superiore*

Continuando ad aumentare la pressione si raggiunge un valore p_c (pressione *critica*) per cui i punti L e V coincidono. La temperatura T_c corrispondente si chiama temperatura *critica*. Al di sopra di questi valori di temperatura e pressione, vapore e liquido non possono più coesistere in condizioni di equilibrio, né è possibile distinguere fra le due fasi: la sostanza è detta genericamente «fluido».

Nella zona del vapore umido sono presenti due fasi diverse (liquido e aeriforme); esiste dunque, per la regola delle fasi 1.5, una sola variabile intensiva indipendente. Pertanto p e T non sono fra loro indipendenti. Fissata la pressione, si avrà dunque un solo valore di temperatura in corrispondenza del quale si verifica la transizione di fase.

Per definire le frazioni di liquido e vapore presenti nella miscela occorre introdurre una nuova variabile, detta *titolo di vapore* (x), data da:

$$x = \frac{m_v}{m_v + m_l} \quad 1.6$$

dove:

m_v = massa di vapore saturo secco presente nella miscela

m_l = massa di liquido saturo presente nella miscela

Si avrà dunque:

$$x = 0 \text{ per il liquido saturo (punti L)}$$

$x = 1$ per il vapore saturo secco (punti V)

Tutte le grandezze estensive specifiche della miscela possono essere espresse attraverso il titolo. Ad esempio, se il volume di una miscela liquido + vapore è dato da:

$$V(x) = V_l + V_v$$

La corrispondente grandezza specifica (volume massico) varrà:

$$\begin{aligned} v(x) &= \frac{V(x)}{m} = \frac{V_l + V_v}{m_l + m_v} = \frac{V_l}{m_l + m_v} + \frac{V_v}{m_l + m_v} = \\ &= \frac{V_l}{m_l} \cdot \frac{m_l}{m_l + m_v} + \frac{V_v}{m_v} \cdot \frac{m_v}{m_l + m_v} \end{aligned}$$

ma poiché

$$v_l = \frac{V_l}{m_l} \text{ e } v_v = \frac{V_v}{m_v}, \text{ si ha:}$$

$$v(x) = x \cdot v_v + (1 - x) \cdot v_l \quad 1.7$$

L'andamento tipico delle isoterme in coordinate (p, v) è rappresentato, a titolo di esempio per l'acqua, in figura 1.6.

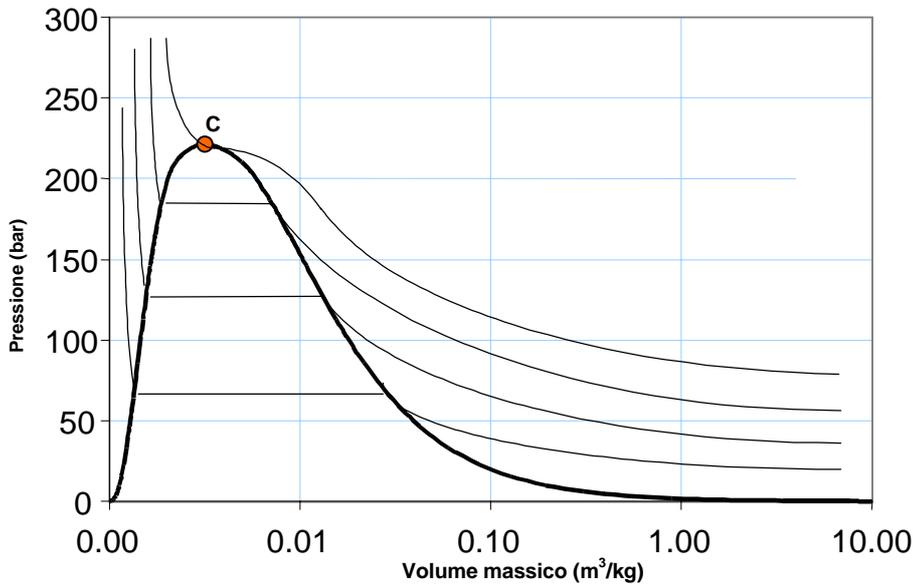


Fig. 1.6 – Andamento delle isoterme in coordinate (p, v) per l'acqua.

In figura 1.7 le isoterme sono invece riportate in un diagramma (p, pv) , detto anche *diagramma di Amagat*. Si osserva che, per temperature sufficientemente alte, il prodotto pressione per volume rimane costante (legge di Boyle). Ciò induce a ritenere che sia possibile descrivere in modo semplice la relazione che lega le variabili di stato p, v, T per un gas sufficientemente lontano dal suo punto critico. A questo tipo di gas si darà il nome di *gas ideale* o *perfetto*.

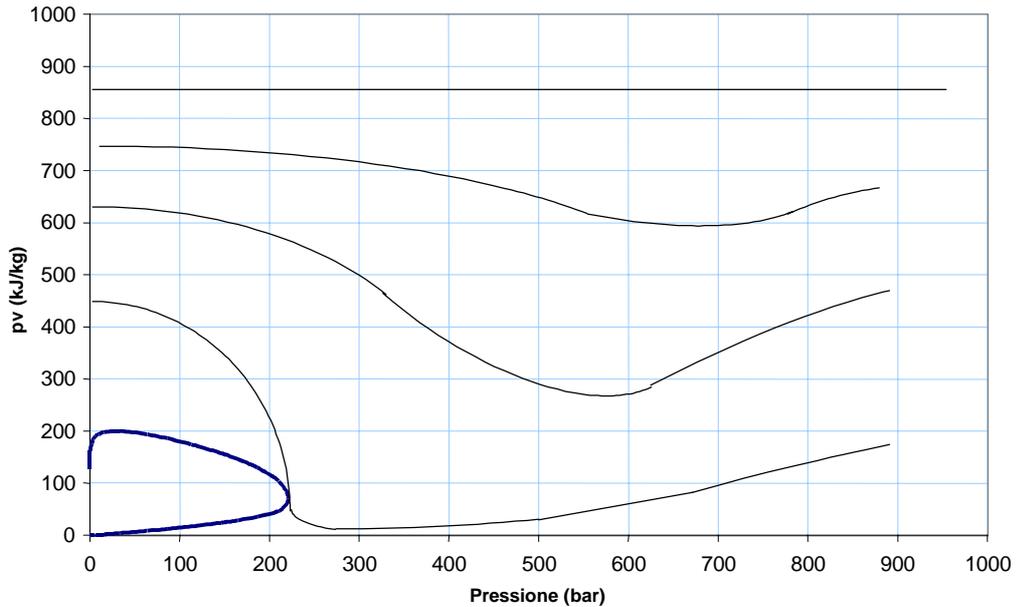


Fig. 1.7 – Andamento delle isoterme in coordinate (p, pv) per l'acqua.

1.8 I GAS IDEALI

L'esperienza mostra che tutti i gas possiedono, a temperatura sufficientemente alta e pressione sufficientemente bassa, un comportamento simile fra loro che obbedisce ad una legge semplice, denominata *equazione di stato dei gas ideali*:

$$pV = nRT \quad 1.8$$

dove:

p = pressione, Pa

V = volume occupato dal gas, m^3

n = numero di kilomoli di gas, kmol

R = costante universale dei gas, pari a $8314 \text{ J}/(\text{kmol} \cdot \text{K})$

T = temperatura assoluta, K

La 1.8 può essere più comodamente espressa nella seguente forma, ottenuta dividendo primo e secondo membro per la massa m :

$$pv = R^* T \quad 1.9$$

dove:

v = volume massico (ovvero, riferito all'unità di massa), m^3/kg

R^* = costante di elasticità del gas considerato, $J/(kg \cdot K)$

È facile verificare che:

$$R^* = R \cdot \frac{n}{m} = \frac{R}{\mu},$$

in cui $\mu = m/n$, rapporto fra massa e numero di kilomoli, rappresenta la *massa molecolare* del gas ($kg/kmol$).

I PRINCIPI DELLA TERMODINAMICA

2.1 PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

L'esperienza di Joule

Si abbia un recipiente contenente un fluido (fig. 2.1). In una prima fase si dissipa nel fluido, per mezzo di un mulinello, un lavoro L senza che questo scambi calore con l'esterno (fase adiabatica).

Nella seconda fase, senza compiere altro lavoro, si lascia che il fluido torni nelle condizioni iniziali di pressione e temperatura disperdendo una certa quantità di calore Q .

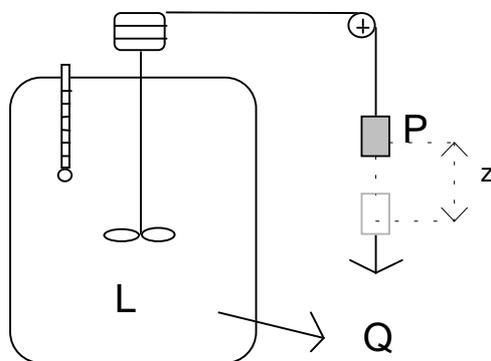


Fig. 2.1 – Esperienza di Joule.

Poiché le condizioni iniziali e finali del fluido sono le stesse, la somma delle due trasformazioni dà una trasformazione ciclica; Joule osservò che, pur variando il tipo di fluido e la quantità di lavoro dissipativi, in una trasformazione ciclica il rapporto fra il lavoro assorbito dal fluido ed il calore da esso dissipato era costante, ovvero:

$$\frac{\oint \delta L}{\oint \delta Q} = J$$

Se si esprime il lavoro in Joule (J) e il calore in kcal (Sistema Tecnico), $J = 4186 \text{ J/kcal}$, ed è detto *equivalente meccanico della calorìa*. In unità coerenti (Sistema Internazionale) $J = 1$ e si ha la classica espressione del I Principio:

$$\oint \delta Q = \oint \delta L \quad 2.1$$

L'equazione 2.1 rappresenta l'espressione analitica del I Principio della Termodinamica. Essa vale per qualsiasi sostanza e per qualunque tipo di trasformazione, irreversibile o no, e può essere formulata nel seguente modo: *in una trasformazione ciclica il lavoro compiuto (o subito) dal sistema è uguale al calore ricevuto (o ceduto)*.

Dalla 2.1 discende immediatamente una importante conseguenza. La si applichi alla trasformazione ciclica 1-A-2-B-1 (fig. 2.2). Si ha:

$$\int_{1A}^2 \delta Q + \int_{2B}^1 \delta Q = \int_{1A}^2 \delta L + \int_{2B}^1 \delta L$$

mentre, applicando la 2.1 alla 1-A-2-C-1 si ha:

$$\int_{1A}^2 \delta Q + \int_{2C}^1 \delta Q = \int_{1A}^2 \delta L + \int_{2C}^1 \delta L$$

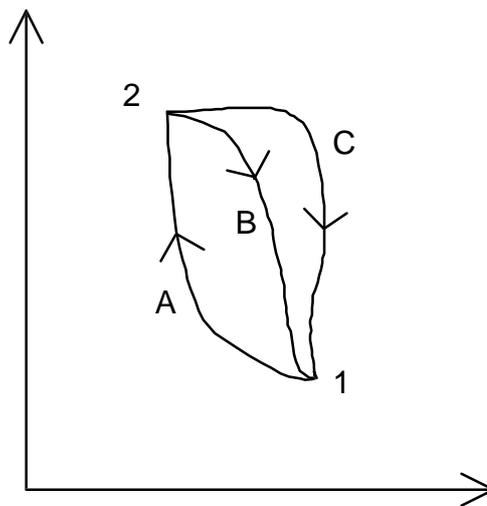


Fig. 2.2 – $(\delta Q - \delta L)$ è un differenziale esatto.

Sottraendo le due espressioni si ottiene:

$$\int_{2B}^1 (\delta Q - \delta L) = \int_{2C}^1 (\delta Q - \delta L)$$

da cui si dimostra che la quantità $(\delta Q - \delta L)$ è un differenziale esatto, poiché il suo integrale non dipende dal percorso, ma soltanto dagli estremi di integrazione. La funzione integrale di questo differenziale esatto rappresenta l'energia totale E del sistema. Ovvero:

$$\delta Q - \delta L = dE$$

e, in forma integrale:

$$Q - L = \Delta E \quad 2.2$$

L'energia totale del sistema è data dalla somma delle varie forme di energia possedute dal sistema: magnetica (E_m), elettrostatica (E_{es}), elastica (E_{el}), superficiale (E_s), cinetica (E_c), potenziale (E_p) ed *interna* (U):

$$E = E_c + E_p + \dots + U \quad 2.3$$

Nel caso, frequente in termodinamica, in cui le variazioni di tutte le forme di energia del sistema, eccettuata l'energia interna, siano trascurabili, si ha la classica espressione:

$$Q - L = \Delta U \quad 2.2'$$

o, in forma differenziale,

$$\delta Q - \delta L = dU \quad 2.2''$$

L'energia interna U può essere considerata come la somma delle energie cinetiche e potenziali possedute dalle particelle che costituiscono il sistema.

È facile dimostrare che l'espressione 2.2 «contiene» l'enunciato di Joule 2.1. Infatti l'integrale circuitale di una variabile di stato, qual è l'energia di un sistema, è per definizione nullo, e dunque in una trasformazione ciclica il calore ricevuto uguaglia il lavoro prodotto.

L'approccio assiomatico al I Principio

Nei primi paragrafi di queste dispense si è sottolineato che il concetto di energia è un concetto primitivo, come quello di punto, o di forza. L'esistenza di tale concetto può essere giustificata da un assioma, ovvero da una affermazione indimostrabile, ma mai contraddetta dall'esperienza, che sancisce la conservazione dell'energia in un sistema isolato. Il Primo Assioma della Termodinamica afferma che:

esiste una grandezza, detta energia interna, legata a grandezze misurabili di un sistema e dunque funzione del suo stato termodinamico, la cui variazione, in un sistema chiuso in assenza di variazioni delle altre forme di energia posseduta dal sistema (energia cinetica, potenziale, etc.) è data da:

$$dU = \delta Q - \delta L$$

Nel caso più generale, pertanto, la variazione totale di energia di un sistema chiuso è data da:

$$dE = \delta Q - \delta L$$

Analizziamo adesso le conseguenze di una trasformazione qualunque fra un sistema S e l'ambiente circostante A. La variazione di energia del sistema sarà data da:

$$\Delta E_s = Q - L$$

e, per l'ambiente circostante:

$$\Delta E_A = -Q + L$$

Perciò la variazione di energia complessiva dell'universo è data da:

$$\Delta E_{\text{tot}} = \Delta E_s + \Delta E_A = Q - L - Q + L = 0$$

che è un altro modo di esprimere il Primo Assioma:

in ogni processo l'energia totale dell'universo si conserva.

In particolare in un processo ciclico, poiché non varia l'energia del sistema non deve variare neppure quella dell'ambiente circostante.

2.2 IL PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA PER I SISTEMI APERTI E L'ENTALPIA

Il principio di conservazione della massa (noto anche come equazione di *continuità*) per un sistema aperto delimitato da un volume di controllo (VC) si esprime come:

$$\text{massa entrante nel VC} - \text{massa uscente dal VC} = \frac{\text{variazione della massa contenuta nel VC}}$$

Riferendo all'unità di tempo tutte le grandezze espresse nell'equazione di conservazione della massa si ottiene:

$$\text{portata entrante nel VC} - \text{portata uscente dal VC} = \frac{\text{variazione della massa contenuta nel VC}}{\text{nell'unità di tempo}}$$

La portata è espressa in kg/s ed è a sua volta data dall'equazione:

$$\dot{m} = \rho \cdot A \cdot w$$

dove:

$$\rho = \text{densità o massa volumica, kg/m}^3$$

$$A = \text{sezione del condotto, m}^2$$

$$w = \text{velocità, m/s}$$

In condizioni di *regime permanente* le grandezze che caratterizzano il sistema non variano nel tempo. Se ne deduce che la somma delle portate in ingresso uguaglia quella delle portate in uscita. Nel caso particolare di un ingresso e una uscita l'equazione di continuità si riduce a:

$$\dot{m}_{\text{in}} = \dot{m}_{\text{out}} \quad 2.4$$

Si introduce ora una nuova, importante funzione di stato, detta *entalpia*, definita come:

$$H = U + p \cdot V \quad 2.5$$

Applicando (vedi DIMOSTRAZIONE) ad un sistema termodinamico aperto il Primo Principio della Termodinamica si perviene ad una espressione particolarmente comoda in cui la differenza fra la potenza termica e meccanica può essere espressa attraverso il flusso netto di entalpia. Trascurando le variazioni di energia cinetica e potenziale, si ottiene il Primo Principio per i sistemi aperti in regime permanente:

$$\dot{Q} - \dot{L}_i = \sum_{\text{out}} \dot{m}_j h_j - \sum_{\text{in}} \dot{m}_j h_j \quad 2.6$$

Nel caso di sistemi aperti con un solo ingresso ed una sola uscita, dividendo per la portata la 2.6 si ottiene l'espressione valida per l'unità di massa:

$$q - \ell_i = \Delta h \quad 2.6'$$

o, in forma differenziale,

$$\delta q - \delta \ell_i = dh \quad 2.6''$$

Dalle precedenti relazioni si vede che la variazione di entalpia misura il lavoro interno in una trasformazione adiabatica e il calore scambiato in una trasformazione in cui non si compie lavoro.

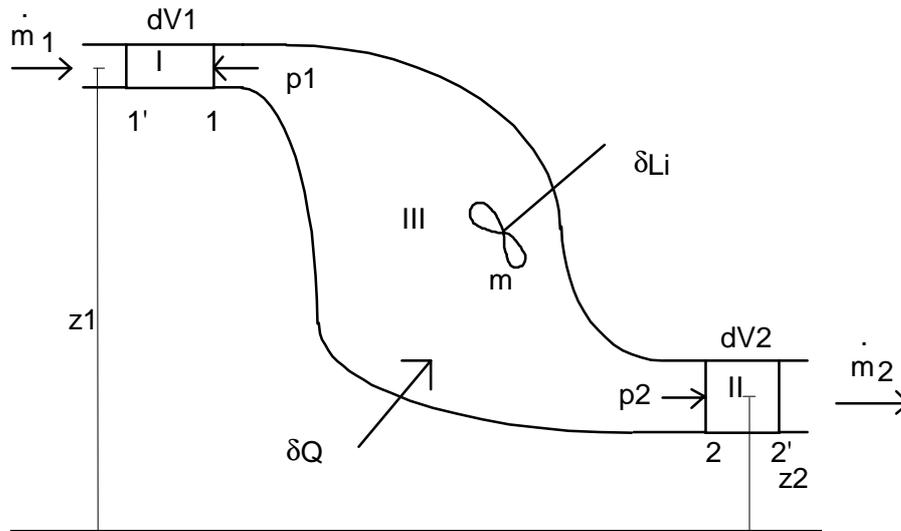


Fig. 2.3 – Primo Principio della Termodinamica per un sistema termodinamico aperto in regime permanente.

Dimostrazione

Si abbia un sistema termodinamico aperto nel quale si suppone, per semplicità di dimostrazione, sia presente un solo ingresso e una sola uscita (fig. 2.3).

Scriviamo il Primo Principio¹ nel periodo di tempo $[t, t+dt]$:

$$\delta Q - \delta L = dU + dE_p + dE_c \quad D.1$$

Al tempo t il sistema è contenuto nei volumi I e III; al tempo $t+dt$ il sistema è contenuto nei volumi III e II.

Esaminiamo le grandezze (tutte estensive) che compaiono a secondo membro della D.1. La variazione di ognuna di esse fra l'istante t e l'istante $t + dt$ è dovuta al contributo portato dalla massa entrante dm_1 (contenuta nel volume I), a quello della massa uscente dm_2 (contenuta nel volume II) ed alla variazione avvenuta nel volume III nel tempo dt . Pertanto:

$$dU = U_{III}(t + dt) + U_{II}(t + dt) - U_{III}(t) - U_I(t)$$

ovvero:

$$dU = u_2 \cdot \dot{m}_2 \cdot dt - u_1 \cdot \dot{m}_1 \cdot dt + \frac{d(u \cdot m)}{dt} \cdot dt$$

Un caso particolare, ma di frequente occorrenza nei problemi di termodinamica, è quello in cui il moto attraverso il sistema aperto sia permanente, ovvero quando le proprietà termodinamiche possono variare

¹ Si è adottata la forma differenziale perché nel tempo infinitesimo dt si hanno variazioni infinitesime (nel caso delle funzioni di stato) o quantità infinitesime scambiate (nel caso di lavoro e calore).

da punto a punto, ma sono costanti nel tempo. In questo caso si ha anche che la portata in ingresso è uguale alla portata in uscita:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$$

e inoltre:

$$\frac{d(u \cdot m)}{dt} = 0$$

e dunque:

$$dU = \dot{m} \cdot (u_2 - u_1) \cdot dt$$

Analogamente, sempre nel caso di moto permanente, si avrà:

$$dE_p = \dot{m}g(z_2 - z_1) \cdot dt$$

$$dE_c = \frac{1}{2} \dot{m}(w_2^2 - w_1^2) \cdot dt$$

A primo membro della D.1 il lavoro δL è costituito da due componenti: il lavoro interno δL_i (detto anche lavoro tecnico o lavoro all'asse) e il lavoro effettuato dalle forze di pressione:

$$\delta L = \delta L_i + p_2 \cdot dV_{II} - p_1 \cdot dV_I = \delta L_i + p_2 \cdot v_2 \cdot \dot{m} \cdot dt - p_1 \cdot v_1 \cdot \dot{m} \cdot dt$$

Riscrivendo dunque i termini così ottenuti nella D.1 e dividendo per dt (si ricordi che $\delta L_i = \dot{L}_i \cdot dt$ e $\delta Q = \dot{Q} \cdot dt$) si ottiene:

$$\dot{Q} - \dot{L}_i = \dot{m} \left[\left(p_2 v_2 + u_2 + gz_2 + \frac{1}{2} w_2^2 \right) - \left(p_1 v_1 + u_1 + gz_1 + \frac{1}{2} w_1^2 \right) \right]$$

Essendo $h = u + pv$ si ha:

$$\dot{Q} - \dot{L}_i = \dot{m} \cdot \Delta \left(h + \frac{1}{2} w^2 + gz \right) \quad D.2$$

ed infine, estendendo a più ingressi ed uscite la trattazione si ha:

$$\dot{Q} - \dot{L}_i = \sum_{out} \dot{m}_j \left(h + \frac{w^2}{2} + gz \right) - \sum_{in} \dot{m}_j \cdot \left(h + \frac{w^2}{2} + gz \right) \quad D.3$$

che è l'espressione del Primo Principio per sistemi aperti in regime permanente, scritta in forma di potenza. Nel caso più generale di sistema termodinamico aperto in regime non permanente la D.3 diviene:

$$\dot{Q} - \dot{L}_i = \sum \pm \dot{m}_j \cdot \left(h + \frac{w^2}{2} + gz \right) + \frac{d(u \cdot m)}{dt} \quad D.4$$

2.3 IL SECONDO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

Come per il I Principio, anche del II Principio della Termodinamica è possibile fornire una descrizione fenomenologica, oppure assiomatica. Seguiremo quest'ultima via, mostrando come i vari enunciati fenomenologici possano essere agevolmente derivati da un solo assioma (*Secondo Assioma fondamentale*). Esso afferma che:

esiste una proprietà intrinseca dei corpi, detta entropia, la cui variazione, per processi reversibili, è data da:

$$dS = \frac{\delta Q_{\text{rev}}}{T}$$

Per processi irreversibili si riscontra invece:

$$dS > \frac{\delta Q}{T}$$

e dunque in generale si può porre:

$$dS = \frac{\delta Q}{T} + dS_i \quad 2.7$$

dove dS_i è detta produzione di entropia per irreversibilità ($dS_i \geq 0$)².

Una prima conseguenza di questo assioma è che in un sistema isolato ($Q = 0$) come l'universo *l'entropia cresce sempre*.

Postulato di Clausius

Consideriamo due termostati A e B a temperature T_A e T_B , con $T_A > T_B$, che si scambiano una quantità arbitraria di calore Q , si supponga da A a B. Durante tale scambio di calore non si manifestano irreversibilità interne ai termostati stessi. Pertanto l'unica causa di variazione dell'entropia dei due termostati è rappresentata dallo scambio di calore Q :

$$\Delta S_A = \int \frac{\delta Q}{T} = -\frac{Q}{T_A}$$

$$\Delta S_B = \int \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q}{T_B}$$

² La temperatura da introdurre nella 2.7 dovrebbe essere quella del sistema che sta evolvendo. Ma se la trasformazione è irreversibile questa temperatura non è nota. Alcuni autori propongono di adottare come riferimento la *temperatura del termostato*; in questo caso nel termine dS_i si tiene conto di tutte le irreversibilità: interne (cioè dovute ad attriti) ed esterne (salti finiti di temperatura). Questo approccio ha il vantaggio che la temperatura del termostato è sempre definibile, ma lo svantaggio di fare riferimento, per il calcolo di una funzione che caratterizza lo stato del sistema, a qualcosa di esterno al sistema stesso (il termostato). Qui si adotterà invece la convenzione per cui, quando si è in presenza di irreversibilità solo esterne e la temperatura del sistema è dunque definibile, si introduce nella 2.7 la temperatura del sistema e il termine dS_i tiene conto solo delle irreversibilità interne.

Qualunque sistema comprendente sia A che B è, rispetto a questo processo, adiabatico, poiché lo scambio di calore Q è interno al sistema stesso. Ciò implica, per il II Assioma, che $\Delta S_{(A+B)} \geq 0$, ovvero

$$\Delta S_A + \Delta S_B = Q \cdot \left(\frac{1}{T_B} - \frac{1}{T_A} \right) \geq 0$$

Se ne deduce che $Q > 0$, e ciò conferma l'ipotesi inizialmente fatta sul suo verso.

Questo risultato riflette una osservazione sperimentale a tutti ben nota e talmente evidente e importante da suggerirla come enunciato del II Principio della termodinamica (*postulato di Clausius*):

se due corpi a temperatura diversa sono messi a contatto il calore fluisce spontaneamente dal corpo a temperatura più alta a quello a temperatura più bassa.

Enunciato di Kelvin-Planck

Consideriamo adesso un processo ciclico in cui si compie lavoro, ovvero in cui il lavoro netto, inteso come somma algebrica di tutti i lavori scambiati nel corso del ciclo, risulta maggiore di zero. Per il Primo Principio, applicato a questo ciclo, si ha $Q = L > 0$.

Supponiamo che il sistema sia in contatto con un solo termostato A. La variazione di entropia dell'universo ad ogni ciclo³ varrebbe:

$$\Delta S_{\text{tot}} = \Delta S_{\text{sis}} + \Delta S_A = 0 + \left(- \oint \frac{\delta Q}{T} \right) = - \frac{Q}{T_A} < 0$$

Il risultato sarebbe pertanto in contrasto con il II Assioma. Anche in questo caso se ne può concludere (*enunciato di Kelvin-Planck*) che:

non è possibile operare un processo ciclico il cui solo risultato sia l'assorbimento di calore da un termostato e la conversione di questo in lavoro.

Macchine che producono lavoro

Si abbia ora un sistema S in contatto con due termostati A e B a temperature T_A e T_B (con $T_A > T_B$). Si vuole determinare un'espressione generale del lavoro e il *segno* delle quantità di calore scambiate nel caso che il sistema operi ciclicamente.

Si suppone che durante il processo il sistema riceva dal termostato A una quantità di calore Q_A e ceda al secondo la quantità di calore Q_B .

La variazione totale di entropia dell'universo (ΔS_{tot}) varrà:

$$\Delta S_{\text{tot}} = \Delta S_A + \Delta S_B + \Delta S_S = - \frac{Q_A}{T_A} + \frac{Q_B}{T_B} + 0 \geq 0$$

³ Si ricorda che la variazione di entropia del sistema in un processo ciclico è nulla perché l'entropia è una funzione di stato.

Dalla precedente si ottengono:

$$|Q_A| = T_A \left(-\Delta S_{\text{tot}} + \frac{Q_B}{T_B} \right)$$

$$|Q_B| = T_B \left(\Delta S_{\text{tot}} + \frac{Q_A}{T_A} \right)$$

Inoltre, per il I Principio applicato al ciclo percorso dal sistema:

$$L_{\text{netto}} = |Q_A| - |Q_B| - \Delta U_S = |Q_A| - |Q_B|$$

in quanto $\Delta U_S = 0$. Sostituendo nell'espressione del I Principio prima il valore di Q_A e poi quello di Q_B si ottiene rispettivamente:

$$L_{\text{netto}} = -T_A \Delta S_{\text{tot}} + |Q_B| \left(\frac{T_A}{T_B} - 1 \right) \quad 2.8$$

$$L_{\text{netto}} = -T_B \Delta S_{\text{tot}} + |Q_A| \left(1 - \frac{T_B}{T_A} \right) \quad 2.9$$

Poiché $L_{\text{netto}} > 0$ è confermato il verso di Q_B e Q_A , il che dimostra che:

in un processo ciclico che produce lavoro è sempre indispensabile che del calore sia sottratto ad un termostato a temperatura più alta e dell'altro venga ceduto ad un termostato a temperatura più bassa.

Una macchina che operi secondo tale processo viene definita *macchina termica motrice* ed il suo rendimento è definito come:

$$\eta = \frac{L_{\text{netto}}}{Q_A} \quad 2.10$$

Sia dalle 2.8 che dalle 2.9 si può osservare che il lavoro che si estrae da una macchina termica motrice è massimo per $\Delta S_{\text{tot}} = 0$ (processo reversibile) e vale, per una trasformazione ciclica:

$$L_{\text{netto,max}} = |Q_B| \cdot \left(\frac{T_A}{T_B} - 1 \right) = Q_A \left(1 - \frac{T_B}{T_A} \right) \quad 2.11$$

Poiché $L_{\text{netto,max}} = Q_A - |Q_B|$ si ha:

$$\frac{Q_A}{|Q_B|} = \frac{T_A}{T_B} \quad 2.12$$

Il rendimento che si ottiene è massimo:

$$\eta_{\max} = \frac{L_{\text{netto,max}}}{Q_A} = 1 - \frac{T_B}{T_A} \quad 2.13$$

ed è funzione soltanto delle temperature estreme dei due termostati T_A e T_B .

Si può dimostrare che l'unico ciclo che può raggiungere il rendimento massimo è costituito da due trasformazioni isoterme, che si svolgono alla stessa temperatura dei termostati con cui il sistema scambia calore, e due adiabatiche reversibili. Esso viene detto *ciclo di Carnot*.

Macchine che assorbono lavoro e II enunciato di Clausius

Supponiamo ora di ideare una macchina S che, operando ciclicamente, trasferisca calore da un termostato a temperatura T_B ad uno a temperatura più alta T_A . Dimosteremo che tali sistemi per operare devono *assorbire lavoro netto*. La variazione di entropia dell'universo per questa macchina ciclica vale:

$$\Delta S_{\text{tot}} = \Delta S_S + \Delta S_A + \Delta S_B$$

essendo $\Delta S_A = \frac{|Q_A|}{T_A}$, $\Delta S_B = -\frac{|Q_B|}{T_B}$ $\Delta S_S = 0$ si ottiene.

$$\Delta S_{\text{tot}} = \frac{|Q_A|}{T_A} - \frac{|Q_B|}{T_B} \geq 0, \text{ per cui } \frac{|Q_A|}{T_A} \geq \frac{|Q_B|}{T_B}$$

Poiché $T_A > T_B$ deve essere $|Q_A| > |Q_B|$. Dunque, per il I Principio:

$$L_{\text{netto}} = |Q_B| - |Q_A| < 0$$

Per «trasferire» calore da un termostato a temperatura minore ad uno a temperatura maggiore è necessario spendere del lavoro. Da questo risultato nasce un ulteriore enunciato (*II enunciato di Clausius*):

è impossibile costruire una macchina che operando ciclicamente non produca altro effetto che trasferire calore da un termostato a temperatura minore ad uno a temperatura maggiore.

Una macchina che assorbe lavoro trasferendo calore da una temperatura più bassa ad una più alta opera secondo un ciclo inverso, in quanto lavoro netto e calore netto scambiati sono entrambi negativi. Essa ha nomi diversi, a seconda che il suo obiettivo sia sottrarre calore ad un ambiente freddo (*macchina frigorifera*) oppure fornire calore ad un ambiente più caldo (*pompa di calore*). Nel primo caso il parametro che ne descrive le prestazioni è detto *effetto frigorifero specifico* ε , dato da:

$$\varepsilon = \frac{|Q_B|}{|L|} \quad 2.14$$

Nel secondo caso si introduce invece il cosiddetto effetto di moltiplicazione termica ε^* (più spesso definito COP - *Coefficient of Performance*), definito come:

$$\varepsilon^* = \text{COP} = \frac{|Q_A|}{|L|} \quad 2.15$$

Utilizzando ancora il Primo e Secondo Principio ricaviamo adesso una espressione generale del lavoro speso per azionare una macchina a ciclo inverso:

$$|L_{\text{netto}}| = T_A \Delta S_{\text{tot}} + |Q_B| \left(\frac{T_A}{T_B} - 1 \right)$$

o anche

$$|L_{\text{netto}}| = T_B \Delta S_{\text{tot}} + |Q_A| \left(1 - \frac{T_B}{T_A} \right)$$

In entrambi i casi il lavoro assorbito sarà minimo per $\Delta S_{\text{tot}} = 0$, ovvero:

$$|L_{\text{netto, min}}| = |Q_A| \left(1 - \frac{T_B}{T_A} \right) = |Q_B| \left(\frac{T_A}{T_B} - 1 \right)$$

Pertanto l'effetto frigorifero specifico massimo di una macchina frigorifera varrà:

$$\varepsilon_{\text{max}} = \frac{|Q_B|}{|L_{\text{min}}|} = \frac{T_B}{T_A - T_B} \quad 2.16$$

e l'effetto di moltiplicazione termica massimo di una pompa di calore varrà:

$$\text{COP}_{\text{max}} = \frac{|Q_A|}{|L_{\text{min}}|} = \frac{T_A}{T_A - T_B} \quad 2.17$$

Anche in questo caso l'efficienza massima dipende soltanto dalle temperature dei due termostati con cui viene scambiato calore.

2.4 IL SECONDO PRINCIPIO PER I SISTEMI APERTI E L'EXERGIA

Per un sistema aperto con un ingresso ed una uscita in regime permanente che compie una serie di trasformazioni 1 - 2 cedendo una quantità di calore Q_0 all'ambiente esterno a temperatura T_0 , ricevendo una quantità di calore Q da un termostato a temperatura $T > T_0$, e *compiendo un lavoro* L_i si ha, per la 2.6:

$$|Q| - |Q_0| = L_i + (H_2 - H_1)$$

e, per il Secondo Principio:

$$\Delta S_{\text{tot}} = -\frac{|Q|}{T} + \frac{|Q_0|}{T_0} + (S_2 - S_1) \geq 0$$

da cui, ricavando Q_0 e sostituendo nell'espressione del I Principio:

$$Q \left(1 - \frac{T_0}{T} \right) - L_i = T_0 \Delta S_{\text{tot}} + \Delta(H - T_0 \cdot S) \quad 2.18$$

In modo del tutto analogo si può procedere per un sistema aperto (un ingresso ed una uscita) in regime permanente che riceve calore Q_0 dall'ambiente e cede calore Q ad un termostato a temperatura $T < T_0$, *compiendo un lavoro* L_i . In questo caso, con passaggi analoghi ai precedenti si ottiene:

$$Q \left(\frac{T_0}{T} - 1 \right) - L_i = T_0 \cdot \Delta S_{\text{tot}} + \Delta(H - T_0 \cdot S) \quad 2.18'$$

Si osservi come l'unica differenza fra la 2.18 e la 2.18' è la parentesi a fattore delle quantità di calore, oltre al fatto che nel primo caso l'ambiente funge da «pozzo termico», mentre nel secondo esso funge da «sorgente termica». Nelle espressioni 2.18 e 2.18' sopra riportate:

- $(1 - T_0/T) \cdot Q = f_C \cdot Q$ è la quota di calore assorbito a $T > T_0$ e trasformabile in lavoro
- $(T_0/T - 1) \cdot Q = f_C \cdot Q$ è la quota di calore ceduto a $T < T_0$ e trasformabile in lavoro
- $T_0 \cdot \Delta S_{\text{tot}} = I$ è la perdita di lavoro per irreversibilità
- $H - T_0 \cdot S = B$ è l'entalpia disponibile come lavoro o *exergia*

e f_C , detto «*fattore di Carnot*», è riportato in figura 2.4 per $T_0 = 293 \text{ K}$.

Le quantità sopra riportate sono omogenee non soltanto dal punto di vista dimensionale (tutti i termini hanno infatti le dimensioni di una «energia»), ma anche come valore termodinamico: ognuna di esse rappresenta un «lavoro meccanico equivalente» o *energia disponibile*. In particolare, si dimostra che l'exergia (che è una funzione di stato) rappresenta il lavoro massimo ottenibile da un flusso di massa nel passaggio dallo stato in cui si trova a quello neutro ($T = T_0$). Si può allora introdurre un nuovo tipo di rendimento, detto *rendimento di secondo principio*, definito come:

$$\eta_{II} = \frac{\text{energia disp. utile}}{\text{energia disp. spesa}}$$

La corrispondenza fra energia e energia disponibile è indicata di seguito:

Tipo di energia	Valore	Energia disponibile	Valore
Calore assorbito a $T > T_0$	Q	Energia termica disponibile	$(1 - T_0/T) \cdot Q = f_c \cdot Q$
Calore ceduto a $T < T_0$	$-Q$	Energia termica disponibile	$(T_0/T - 1) \cdot Q = f_c \cdot Q$
Entalpia	H	Exergia	$H - T_0 \cdot S = B$
Lavoro	L_i	Lavoro	L_i

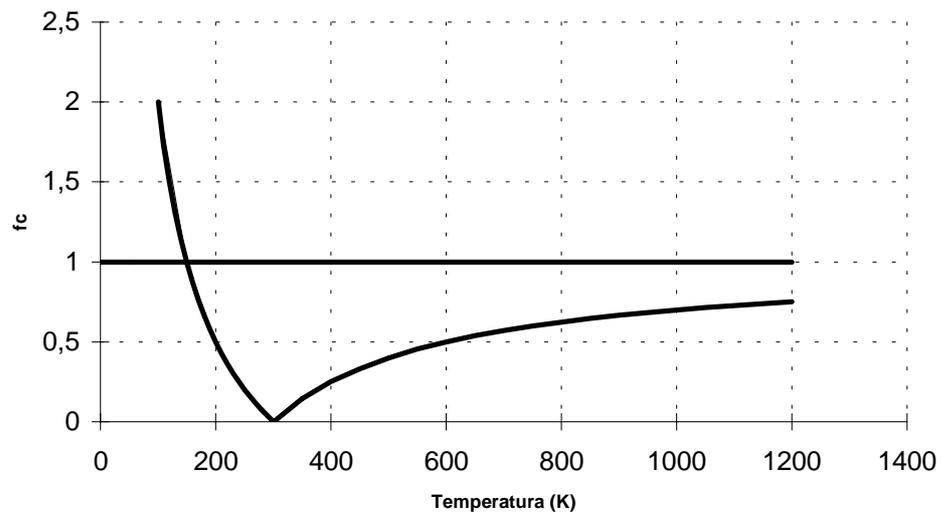


Fig. 2.4 – Andamento del fattore di Carnot in funzione della temperatura del termostato ($T_0 = 293$ K).

2.5 EQUAZIONI DI GIBBS E CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA

Si è visto (1.3) che per una trasformazione qualunque si ha:

$$\delta L = p \cdot dV - \delta L_w$$

e, per il II Principio (2.7),

$$\delta Q = T dS - T dS_i .$$

Pertanto, per una trasformazione reversibile si avrà $\delta L = p dV$ e $\delta Q = T dS$. In questo caso il Primo Principio diviene:

$$dU = T \cdot dS - p \cdot dV \quad 2.19$$

Nonostante sia stata ricavata per una trasformazione reversibile la 2.19, nota anche come *prima equazione di Gibbs*, è valida per tutte le trasformazioni, perché U è una funzione di stato e non dipende perciò dal tipo di trasformazione, ma soltanto dai suoi estremi.

Inoltre, scrivendo in forma differenziale la definizione 2.5 della funzione entalpia,

$$dH = dU + p \cdot dV + V \cdot dp$$

e sostituendovi la 2.19 si ha:

$$dH = T \cdot dS + V \cdot dp \quad 2.20$$

Anche la 2.20, nota come *seconda equazione di Gibbs*, ha validità generale, pur essendo stata ricavata per trasformazioni reversibili, perché anche H è una funzione di stato.

Dall'equazione di conservazione della massa e della quantità di moto (ricavata in Idraulica) si ottiene l'*equazione di conservazione dell'energia in forma meccanica*:

$$-\delta L_i = \delta L_w + V dp + dE_c + dE_p \quad 2.21$$

che rappresenta l'espressione generalizzata del *teorema di Bernoulli* scritta in forma di energia.

Confrontando la 2.21 con il Primo Principio per i sistemi aperti e introducendo la seconda equazione di Gibbs e l'espressione del calore ricavata dal Secondo Principio si ottiene:

$$\delta L_w = T \cdot dS_i$$

che mostra come il lavoro perso per vincere gli attriti (δL_w) sia proprio pari al termine $T \cdot dS_i$, che rappresenta il «calore» generato internamente a causa delle irreversibilità.

2.6 TRASFORMAZIONI TERMODINAMICHE

Trasformazioni politropiche

Le principali trasformazioni termodinamiche *reversibili* sono denominate in base alla grandezza che durante la trasformazione rimane costante:

Tipo di trasformazione	Grandezza che rimane costante	Equazione
isocora o isovolumica	volume	$dV = 0$
isobara	pressione	$dp = 0$
isoterma	temperatura	$dT = 0$
adiabatica	entropia	$dS = 0$

Questi tipi di trasformazioni possono essere considerati come facenti parte di un'unica famiglia, detta delle trasformazioni *politropiche*, caratterizzate dal fatto di mantenere capacità termica massica costante:

$$c = \frac{\delta q}{dT} = \text{cost}$$

con:

$c = c_v$ per la trasformazione isocora

$c = c_p$ per la trasformazione isobara

$c = \infty$ per la trasformazione isoterma

$c = 0$ per la trasformazione adiabatica

Trasformazioni isentalpiche

Alle trasformazioni sopra citate occorre aggiungere un'altra trasformazione, tipica dei cicli inversi dei sistemi termodinamici aperti, che si realizza facendo trafilare un fluido attraverso un setto poroso o una strozzatura.

Lo scopo di questa trasformazione, eminentemente irreversibile, detta *trafilazione* o *laminazione*, è quello di ridurre la pressione di un fluido che scorre. In essa non si compie lavoro né si scambia calore.

Applicando ad un volume di controllo compreso fra due sezioni, una a monte e l'altra a valle del setto, a distanza tale da poter trascurare le variazioni di energia cinetica e potenziale, il Primo Principio per i sistemi aperti, si ha dunque:

$$\Delta h = 0$$

Ovvero, nel passaggio attraverso il setto l'entalpia non cambia. Applicando invece il principio di conservazione dell'energia in forma meccanica con le stesse ipotesi si ottiene:

$$\ell_w = -\int_1^2 v \cdot dp$$

che mostra come l'energia di pressione sia stata dissipata in attrito.

2.7 LE MACCHINE TERMICHE

In senso generale una *macchina termica* è un dispositivo o una serie di dispositivi che producono lavoro (macchina termica *motrice* o *motore*) o che trasferiscono calore da un ambiente più freddo ad uno più caldo (macchina *frigorifera* o *pompa di calore*).

Inoltre, le macchine termiche possono essere raggruppate in due tipologie:

- macchine alternative
- macchine a flusso continuo

Nelle prime il dispositivo in cui avvengono le trasformazioni è unico (cilindro) e dunque il fluido che vi è contenuto si configura come un sistema termodinamico chiuso.

Nelle seconde, invece, in ogni dispositivo avviene una particolare trasformazione; poiché in questo caso il fluido percorrendo la macchina si sposta da un dispositivo all'altro, esso viene considerato un sistema termodinamico aperto.

Nelle macchine motrici il fluido operante percorre un ciclo termodinamico diretto, ovvero percorso in senso orario sui diagrammi termodinamici. Il loro rendimento è dato da:

$$\eta = \frac{\oint \delta \ell}{q_1} \text{ per le macchine alternative}$$

$$\eta = \frac{\oint \delta \ell_i}{q_1} \text{ per le macchine a flusso continuo}$$

In entrambi i casi:

$$q_1 = \frac{1}{2} \cdot \oint (\delta q + |\delta q|) \text{ e } q_2 = \frac{1}{2} \cdot \oint (\delta q - |\delta q|)$$

Per il primo principio (sistemi chiusi e aperti) si ha:

$$\oint \delta q = \oint \delta \ell = \oint \delta \ell_i$$

e dunque:

$$\eta = \frac{\oint \delta q}{q_1}$$

Si ha pertanto:

$$\eta = \frac{|q_1| - |q_2|}{q_1} = 1 - \frac{|q_2|}{|q_1|} \quad 2.22$$

Nelle macchine frigorifere o pompe di calore il fluido operante percorre un ciclo termodinamico inverso, ovvero percorso in senso antiorario sui diagrammi termodinamici. Nel primo caso le prestazioni sono descritte dall'effetto frigorifero specifico (ε), mentre il fattore di moltiplicazione termica (ε^*) o COP (Coefficient of Performance) è il parametro che definisce le prestazioni di una pompa di calore. Nei due casi si ha:

$$\varepsilon = \frac{|q_2|}{|\oint \delta l_1|} = \frac{|q_2|}{|q_1| - q_2} \quad \text{macchina frigorifera} \quad 2.23$$

$$\text{COP} = \varepsilon^* = \frac{|q_1|}{|\oint \delta l_1|} = \frac{|q_1|}{|q_1| - q_2} \quad \text{pompa di calore} \quad 2.24$$

2.8 RIEPILOGO EQUAZIONI FONDAMENTALI

Principi della Termodinamica (in forma differenziale e riferita all'unità di massa)

I Principio della Termodinamica	$\delta q - \delta \ell = du$
I Principio per sistemi aperti (in regime stazionario, un ingresso, una uscita)	$\delta q - \delta \ell_i = dh$
II Principio della Termodinamica	$ds = \frac{\delta q}{T} + ds_i$
Conservazione energia in forma meccanica	$-\delta \ell_i = \delta \ell_w + v \cdot dp + c \cdot dc + g \cdot dz$

Funzioni termodinamiche (in forma differenziale)

Energia interna (I equazione di Gibbs)	$du = T \cdot ds - p \cdot dv$
Entalpia (II equazione di Gibbs)	$dh = T \cdot ds + v \cdot dp$

APPLICAZIONI: CICLI TERMODINAMICI DEI GAS IDEALI

3.1 TRASFORMAZIONI DEI GAS IDEALI

Calori specifici dei gas ideali

Oltre a obbedire all'equazione di stato 1.9:

$$p \cdot v = R^* \cdot T$$

i gas ideali godono della proprietà che la loro energia interna dipende soltanto dall'energia cinetica media delle molecole che li costituiscono, in quanto esse sono talmente rarefatte da poter trascurare la loro energia potenziale. Pertanto l'energia interna di un gas ideale e , si dimostra, la sua entalpia *dipendono soltanto dalla temperatura*¹. Le loro variazioni, riferite all'unità di massa, sono date da:

$$du = c_v \cdot dT \quad 3.1$$

$$dh = c_p \cdot dT \quad 3.2$$

con c_v e c_p sono funzioni soltanto della temperatura. Pertanto, per trasformazioni reversibili riferite all'unità di massa,

$$\delta q = c_v \cdot dT + p dv \quad 3.3$$

¹ Pertanto, una trasformazione isentalpica in un gas ideale è anche isoterma. Al contrario, nella trafilazione isentalpica (cfr. PARAGRAFO 2.6) di un gas reale alle pressioni ordinarie si osserva in genere un abbassamento di temperatura detto «effetto Joule-Thomson».

$$\delta q = c_p \cdot dT - v dp \quad 3.4$$

sottraendo le due espressioni di δq si ottiene:

$$(c_p - c_v) \cdot dT = p \cdot dv + v \cdot dp = d(p \cdot v)$$

Introducendo nella precedente la 1.9 si ottiene:

$$c_p - c_v = R^* \quad 3.5$$

Per un gas ideale, dunque, la differenza fra i calori specifici a pressione costante e a volume costante non dipende dalla temperatura. Attraverso la teoria cinetica dei gas si dimostra che i calori specifici dei gas dipendono dal numero di atomi che costituiscono la molecola, come illustrato nella tabella seguente.

Tipo di gas	c_v	c_p
monoatomico	$\frac{3}{2} R^*$	$\frac{5}{2} R^*$
biatomico	$\frac{5}{2} R^*$	$\frac{7}{2} R^*$
triatomico	$3 R^*$	$4 R^*$

Ha anche interesse la seguente quantità, detta *esponente dell'isentropica* (k):

$$k = \frac{c_p}{c_v} > 1 \quad 3.6$$

Trasformazioni politropiche

Per una trasformazione politropica ($c = \text{costante}$) si può riscrivere il Primo Principio della Termodinamica nella forma:

$$(c - c_v) \cdot dT - p \cdot dv = 0$$

da cui, differenziando l'equazione di stato, ricavandone dT e ricordando la 3.5, si ottiene:

$$(c - c_v) \cdot (pdv + vdp) - (c_p - c_v) \cdot pdv = 0$$

da cui:

$$(c - c_p) \cdot pdv + (c - c_v) \cdot vdp = 0.$$

Se si chiama n , *esponente della politropica*, la quantità:

$$n = \frac{c - c_p}{c - c_v} \quad 3.7$$

si ottiene l'equazione della politropica sul piano (p,v):

$$n \frac{dv}{v} + \frac{dp}{p} = 0$$

che, integrata fornisce

$$p \cdot v^n = \text{cost} \quad 3.8$$

Utilizzando l'equazione di stato dei gas ideali si ottengono anche le seguenti utili espressioni:

$$T \cdot v^{n-1} = \text{cost} \quad 3.8'$$

$$T \cdot p^{\frac{1-n}{n}} = \text{cost} \quad 3.8''$$

Analogamente, introducendo la definizione di politropica nell'espressione del Secondo Principio si ottiene:

$$ds = c \cdot \frac{dT}{T}$$

Inoltre, partendo dalle 3.3 e 3.4 si ottiene:

$$ds = c_v \cdot \frac{dT}{T} + \frac{p}{T} \cdot dv = c_v \cdot \frac{dT}{T} + R^* \cdot \frac{dv}{v} \quad 3.9$$

e

$$ds = c_p \cdot \frac{dT}{T} - \frac{v}{T} \cdot dp = c_v \cdot \frac{dT}{T} - R^* \cdot \frac{dp}{p} \quad 3.10$$

da cui:

$$s_2 - s_1 = c_v \ln(T_2/T_1) + R^* \ln(v_2/v_1) \quad 3.9'$$

$$s_2 - s_1 = c_p \ln(T_2/T_1) - R^* \ln(p_2/p_1) \quad 3.10'$$

Nella tabella seguente si riassumono i valori dell'esponente n e le equazioni in coordinate (p, v) e (T, s) per le trasformazioni isocora, isobara, isoterma e adiabatica.

Trasformazione	Isocora	Isobara	Isoterma	Adiabatica
valore di n	∞	0	1	k
equazione (p, v)	$v = \text{cost}$	$p = \text{cost}$	$pv = \text{cost}$	$pv^k = \text{cost}$
equazione (T, s)	$s = c_v \cdot \ln(T)$	$s = c_p \cdot \ln(T)$	$T = \text{cost}$	$s = \text{cost}$

Lavoro di una politropica

Il lavoro termodinamico compiuto durante una trasformazione politropica fra gli estremi 1 e 2 vale:

$$\begin{aligned} \ell &= \int_1^2 p \cdot dv = \int_1^2 \frac{p_1 \cdot v_1^n}{v^n} \cdot dv = \frac{p_1 \cdot v_1^n}{1-n} \cdot \left| v^{1-n} \right|_1^2 = \frac{p_1 \cdot v_1}{n-1} \cdot \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right] = \\ &= \frac{p_1 \cdot v_1}{n-1} \cdot \left[1 - \left(\frac{T_2}{T_1} \right) \right] \end{aligned}$$

In modo analogo si perviene all'espressione del lavoro interno:

$$\ell_i = -\int v dp = \dots = \frac{n}{n-1} \cdot p_1 \cdot v_1 \cdot \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]$$

Proprietà dei cicli di quattro politropiche

È possibile ricavare una interessante proprietà dei cicli termodinamici costituiti da quattro politropiche aventi gli esponenti a due a due uguali. Detti A, B, C, D i quattro capisaldi di un ciclo così costituito, si ha:

$$p_A \cdot v_A^{n_1} = p_B \cdot v_B^{n_1}$$

$$p_B \cdot v_B^{n_2} = p_C \cdot v_C^{n_2}$$

$$p_C \cdot v_C^{n_1} = p_D \cdot v_D^{n_1}$$

$$p_D \cdot v_D^{n_2} = p_A \cdot v_A^{n_2}$$

Moltiplicando i primi membri ed i secondi membri fra loro, semplificando le pressioni e raccogliendo gli esponenti con la stessa base si ottiene:

$$(v_A \cdot v_C)^{n_1 \cdot n_2} = (v_B \cdot v_D)^{n_1 \cdot n_2}$$

da cui:

$$v_A \cdot v_C = v_B \cdot v_D$$

cioè, il prodotto in croce dei volumi è costante. Analogamente si può ottenere:

$$p_A \cdot p_C = p_B \cdot p_D$$

$$T_A \cdot T_C = T_B \cdot T_D$$

Se ne deduce che :

In un ciclo di quattro politropiche con gli esponenti a due a due uguali, il prodotto in croce delle variabili di stato è costante.

3.2 RAPPRESENTAZIONI GRAFICHE DELLE TRASFORMAZIONI DEI GAS IDEALI

I diagrammi cartesiani più comunemente impiegati per la rappresentazione grafica dei cicli percorsi da gas ideali sono:

- il diagramma di Clapeyron (p, v)
- il diagramma di Gibbs (T, s)

Diagramma di Clapeyron (p, v)

In questo diagramma, a cui si è già accennato nel CAPITOLO 1, le aree sottostanti le trasformazioni rappresentano graficamente il lavoro svolto in una trasformazione reversibile da un sistema chiuso, positivo se nel senso di v crescente (fig. 3.1a).

Le aree individuate dalla proiezione di una trasformazione sull'asse delle ordinate rappresentano invece il lavoro interno in una trasformazione reversibile ($\ell_w = 0$) di un sistema aperto ($\ell_i = -\int v dp$), positivo nel verso delle pressioni decrescenti (fig. 3.1b).

Pertanto l'area sottesa da una trasformazione ciclica rappresenta sia il lavoro netto che il lavoro interno netto, entrambi positivi quando la trasformazione è percorsa in senso orario (fig. 3.1c).

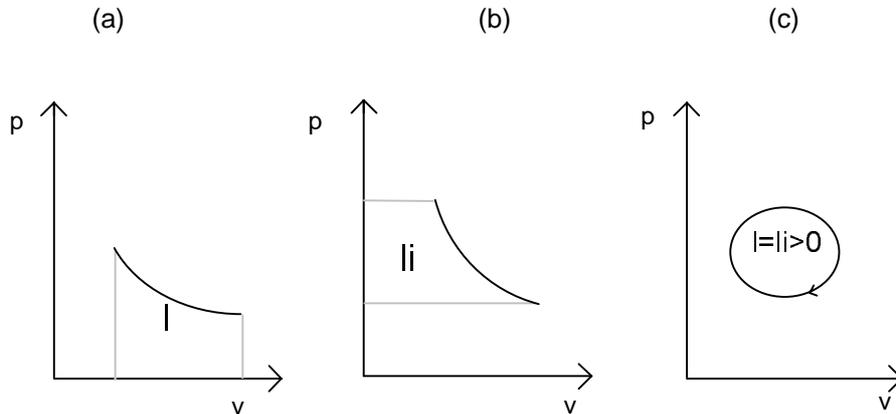


Fig. 3.1 – Diagramma (p, v).

Diagramma di Gibbs (T, s)

Se il diagramma di Clapeyron consente di visualizzare il lavoro scambiato in una trasformazione reversibile, il diagramma di Gibbs permette invece di individuare immediatamente il calore scambiato in una trasformazione reversibile.

Dal II Principio si ha immediatamente, per una trasformazione reversibile:

$$\delta q = T \cdot ds \text{ e } q = \int T \cdot ds$$

L'area sottostante una trasformazione reversibile rappresenta dunque il calore scambiato, positivo nel verso delle entropie crescenti.

In una trasformazione ciclica reversibile l'area racchiusa *rappresenta pertanto il calore netto scambiato*:

$$\oint \delta q = \oint T \cdot ds$$

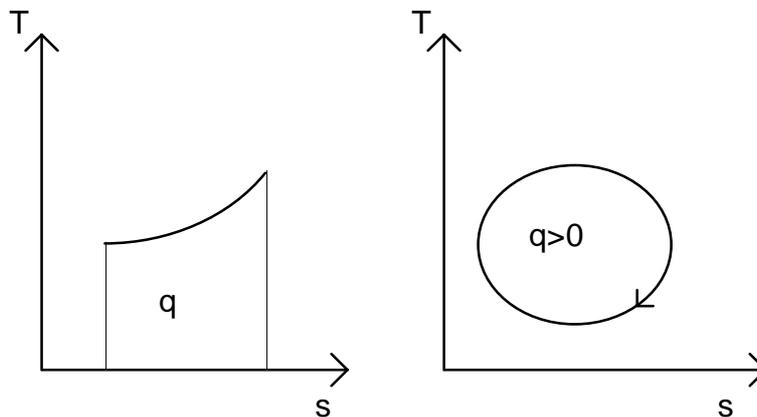


Fig. 3.2 – Diagramma (T, s).

3.3 CICLI PERCORSI DA FLUIDI ASSIMILABILI A GAS IDEALI

Ciclo di Carnot

Anche se nessuna macchina utilizza il ciclo descritto nel 1824 da Carnot, di cui si è già parlato nel PARAGRAFO 2.3, se ne darà ugualmente illustrazione per la sua importanza come riferimento e per verificare che il suo rendimento è indipendente dal sistema termodinamico che lo percorre.

Esso è costituito da due isoterme e due adiabatiche reversibili (e dunque isentropiche) e si presta dunque in modo particolare ad essere visualizzato sul diagramma (T, s) (fig. 3.3a). Le equazioni delle trasformazioni sono infatti tali da dare luogo ad un ciclo rettangolare, indipendentemente dal sistema termodinamico che lo percorre.

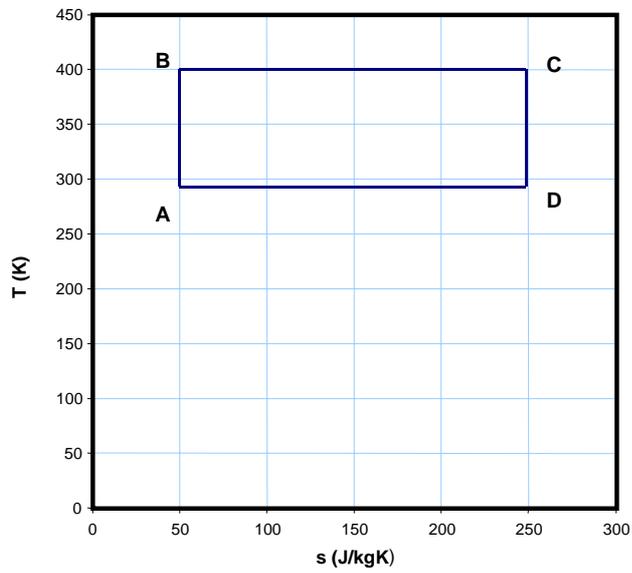


Fig. 3.3a – Ciclo di Carnot per un gas ideale (T, s).

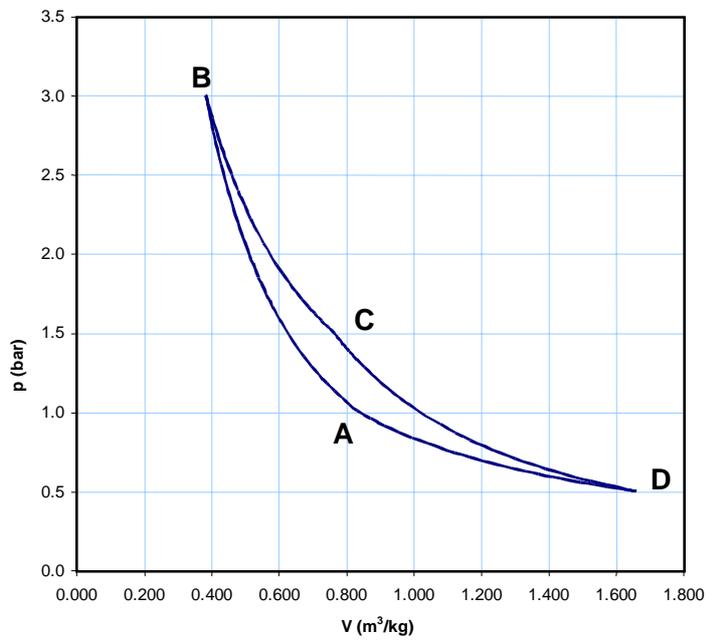


Fig. 3.3b – Ciclo di Carnot per un gas ideale (p, v).

In coordinate (p, v) è invece indispensabile conoscere il sistema che percorre il ciclo; nel caso di un gas ideale si ha:

$$p_B v_B = p_C v_C \quad \text{e} \quad p_D v_D = p_A v_A \quad \text{per le isoterme}$$

$$p_A v_A^k = p_B v_B^k \quad \text{e} \quad p_C v_C^k = p_D v_D^k \quad \text{per le isentropiche}$$

ed il ciclo assume l'aspetto di figura 3.3b.

La quantità di calore fornita all'unità di massa del gas ideale che percorre il ciclo è pari al lavoro fatto, poiché la trasformazione BC è isoterma ($\Delta u = 0$), e vale:

$$q_1 = \ell_{BC} = R^* T_B \cdot \ln\left(\frac{v_C}{v_B}\right)$$

Analogamente la quantità di calore ceduta dal gas vale:

$$q_2 = \ell_{DA} = R^* T_A \cdot \ln\left(\frac{v_A}{v_D}\right)$$

Il rendimento del ciclo è dato dalla 2.22 e, utilizzando le proprietà dei cicli di quattro politropiche, si ottiene un risultato che conferma quanto ottenuto in precedenza, se le temperature estreme del ciclo coincidono con quelle dei termostati:

$$\eta = 1 + \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{T_A}{T_B}$$

Ciclo Joule ideale

Il ciclo Joule trova applicazione nelle macchine a *flusso continuo* (in genere impianti di produzione di potenza e motori di aeromobili).

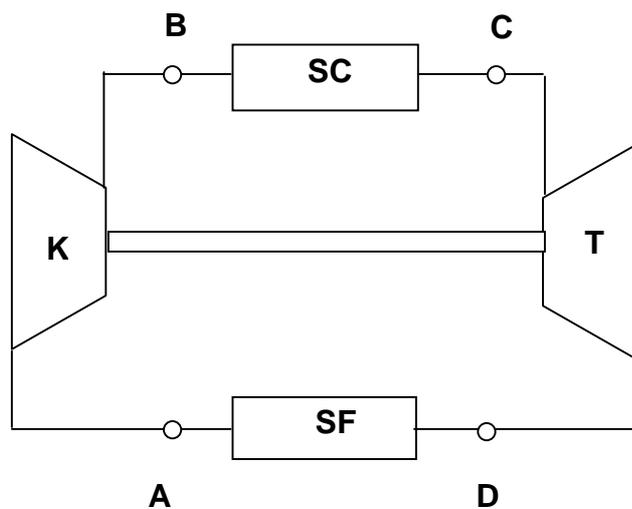


Fig. 3.4 – Schema funzionale di una macchina a ciclo Joule ideale.

Nella pratica, prima si comprime dell'aria, poi si inietta il metano e si fa avvenire una reazione di combustione a pressione costante, successivamente si fanno espandere i gas combusti in turbina e infine li si scaricano in atmosfera. L'aria subisce un processo di combustione che ne altera la composizione chimica e va pertanto rinnovata ad ogni «giro». Per questo si parla di «macchina a rinnovamento di fluido».

Lo schema funzionale della macchina a ciclo Joule ideale è rappresentato in figura 3.4. In ognuno dei quattro dispositivi di cui la macchina è composta avviene una delle quattro trasformazioni e il fluido che vi circola si configura come un sistema termodinamico aperto. Con riferimento a tale schema, il ciclo, percorso da aria, è costituito da:

- una fase di compressione adiabatica reversibile AB nel compressore K,
- una fase di assorbimento di calore isobara BC nello scambiatore di calore «caldo» SC,
- una fase di espansione adiabatica reversibile CD nella turbina T,
- una isobara di cessione di calore isobara DA in uno scambiatore «freddo» SF.

Le quantità di calore scambiate sono date da:

$$q_1 = c_p \cdot (T_C - T_B)$$

$$q_2 = c_p \cdot (T_A - T_D)$$

Pertanto il rendimento del ciclo Joule è dato da:

$$\eta = 1 - \frac{|q_2|}{q_1} = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} = 1 - \frac{T_A}{T_B} \cdot \frac{\left(\frac{T_D}{T_A} - 1\right)}{\left(\frac{T_C}{T_B} - 1\right)} = 1 - \frac{T_A}{T_B} = 1 - \left(\frac{v_B}{v_A}\right)^{k-1}$$

perché $T_D/T_A = T_C/T_B$ per le proprietà dei cicli di quattro politropiche.

Si usa spesso definire il rendimento attraverso il *rapporto volumetrico di compressione* $\rho = v_A/v_B$. Per cui si ha:

$$\eta = 1 - \left(\frac{1}{\rho}\right)^{k-1} \quad 3.11$$

Dalla 3.11 si deduce che il rendimento è funzione soltanto del tipo di gas (ovvero di κ) e del rapporto di compressione. Esso cresce al crescere del rapporto di compressione, ma per la necessità di limitare la temperatura massima T_C in modo da non danneggiare le prime palette della turbina, il rapporto di compressione non supera in genere $6 \div 7$.

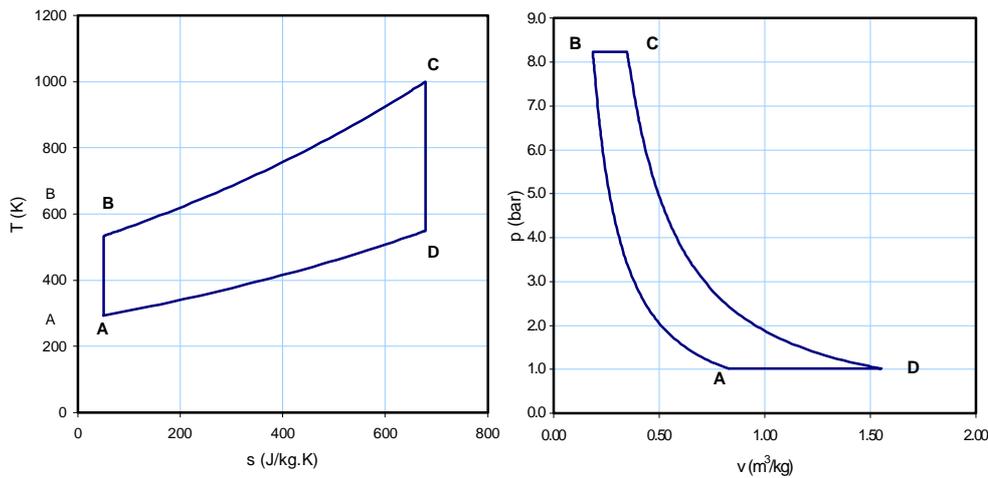


Fig. 3.5 – Ciclo Joule ideale in coordinate (p, v) e (T, s) .

Ciclo Otto

Si analizzano adesso i cicli termodinamici impiegati nelle macchine termiche alternative, limitandosi ai cicli ideali percorsi da aria, considerata come un gas perfetto.

Il primo ciclo che si descrive è quello detto Ciclo Otto, dal nome del suo inventore, che lo concepì nel 1868 realizzandolo poi nel 1876. Esso è il ciclo secondo cui operano i motori a scoppio a combustione interna e ad accensione comandata, ovvero i motori a benzina. È costituito (fig. 3.6) da due isocore (B-C e D-A) e due adiabatiche reversibili (A-B e C-D) di compressione ed espansione. Le quantità di calore, scambiate a volume costante, valgono:

$$q_1 = c_v \cdot (T_C - T_B) \quad q_2 = c_v \cdot (T_A - T_D)$$

Pertanto, il rendimento sarà dato da:

$$\eta = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} = 1 - \frac{T_A}{T_B} \cdot \frac{\left(\frac{T_D}{T_A} - 1\right)}{\left(\frac{T_C}{T_B} - 1\right)} = 1 - \frac{T_A}{T_B} = 1 - \left(\frac{v_B}{v_A}\right)^{k-1}$$

Anche in questo caso si usa più spesso definire il rendimento attraverso il rapporto volumetrico di compressione $\rho = v_A/v_B$, per cui si ottiene una espressione identica a quella ricavata per il ciclo Joule:

$$\eta = 1 - \left(\frac{1}{\rho}\right)^{k-1} \quad . \quad 3.12$$

Tuttavia, in questo caso, trattandosi di una macchina alternativa, la temperatura massima T_C non viene mantenuta costantemente nel tempo e dunque, a parità di materiale, si può raggiungere una temperatura ed un rapporto di compressione più alti (fino a 8-9 circa), ottenendo rendimenti più elevati che nel ciclo Joule. Per valori di ρ più elevati si ha il rischio di autoaccensione della miscela. Il rendimento teorico dovrebbe raggiungere il 56 %, ma in pratica non supera il 30 %.

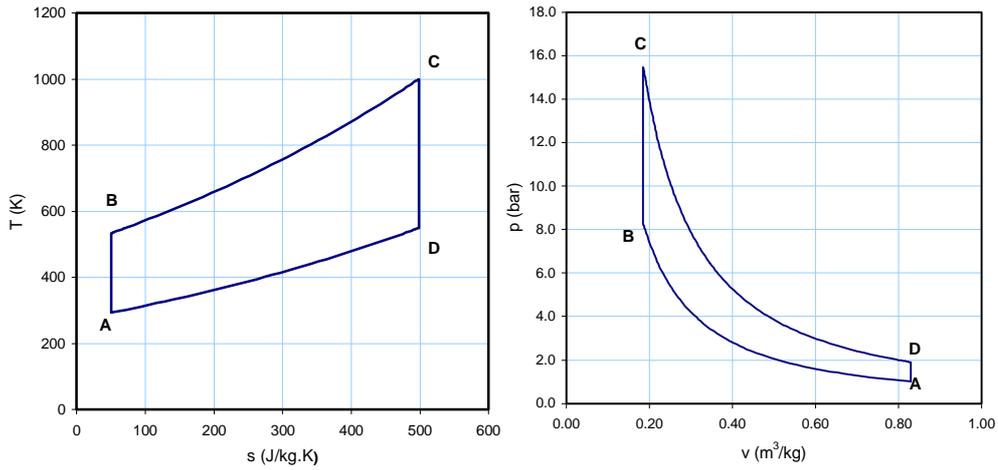


Fig. 3.6 – Ciclo Otto in coordinate (T, s) e (p, v).

Ciclo Diesel

Un altro ciclo assai diffuso nei motori a combustione interna è il ciclo Diesel (1894), caratteristico dei motori ad accensione *spontanea*. Esso è formato da una isobara di introduzione del calore (B-C), un'isocora di cessione del calore (D-A) e due adiabatiche rispettivamente di compressione ed espansione (A-B e C-D), anche stavolta considerate reversibili. Il suo rendimento è dato da:

$$\eta = 1 - \frac{|q_2|}{q_1} = 1 - \frac{c_v \cdot (T_D - T_A)}{c_p \cdot (T_C - T_B)} = 1 - \frac{1}{k} \cdot \frac{T_A}{T_B} \cdot \frac{\left(\frac{T_D}{T_A} - 1\right)}{\left(\frac{T_C}{T_B} - 1\right)}$$

Introducendo anche in questo caso il rapporto volumetrico di compressione $\rho = v_A/v_B$ ed il rapporto di introduzione $\beta = v_C/v_B$, si ha

$$\frac{T_C}{T_B} = \beta$$

e

$$\frac{T_D}{T_A} = \left(\frac{T_D}{T_C}\right) \cdot \left(\frac{T_C}{T_B}\right) \cdot \left(\frac{T_B}{T_A}\right) = \left(\frac{v_C}{v_B}\right)^k = \beta^k$$

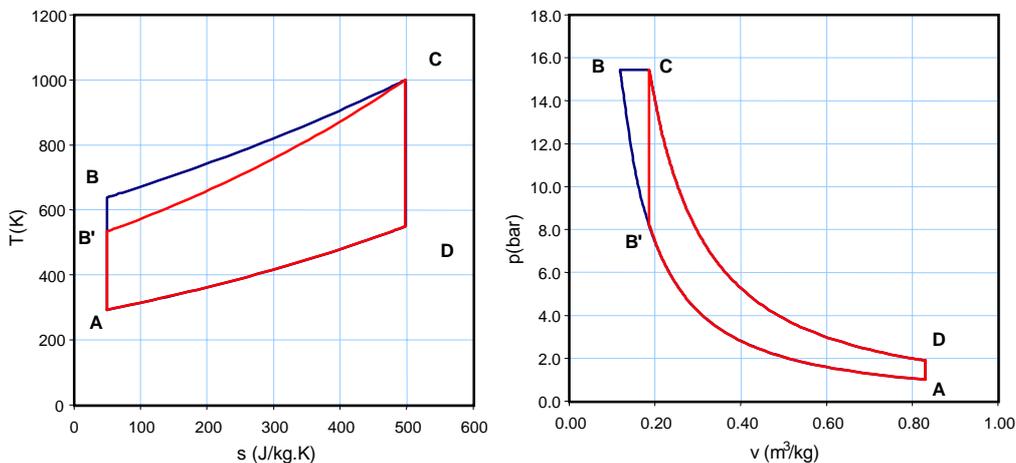


Fig. 3.7 – Ciclo Diesel (ABCD) e Ciclo Otto (AB'CD) con uguale temperatura e pressione massima (T, s) e (p, v).

Infine

$$\eta = 1 - \frac{1}{k} \cdot \frac{1}{\rho^{k-1}} \cdot \frac{\beta^k - 1}{\beta - 1} \quad 3.13$$

Il rendimento di un ciclo Diesel cresce al crescere di ρ e al diminuire di β (al tendere di β ad 1, v_C tende a v_B , ovvero il ciclo Diesel diventa un ciclo Otto). Poiché $\beta > 1$, a parità di ρ il rendimento di un Ciclo Diesel è inferiore a quello di un Ciclo Otto. Tuttavia, a parità di ρ la temperatura e la pressione massime sono molto più basse che in un ciclo Otto (fig. 3.7). Pertanto, a parità di temperatura e pressione massima il rapporto di compressione può essere molto più elevato in un ciclo Diesel che in un ciclo Otto, anche perché, dato il diverso tipo di combustibile, non esistono pericoli di autoaccensione. Pertanto il rendimento del ciclo Diesel può essere superiore a quello del ciclo Otto.

Un valore tipico del rapporto di compressione del ciclo Diesel è 15-16, a cui corrispondono $p_B/p_A = 45-50$ e $\eta = 60-62\%$. In pratica il rendimento del ciclo Diesel non supera il 40%.

Nella figura 3.8 è illustrato, a titolo di confronto, l'andamento del rendimento dei cicli Joule, Otto e Diesel (per diversi valori di β) ad aria, in funzione del rapporto di compressione.

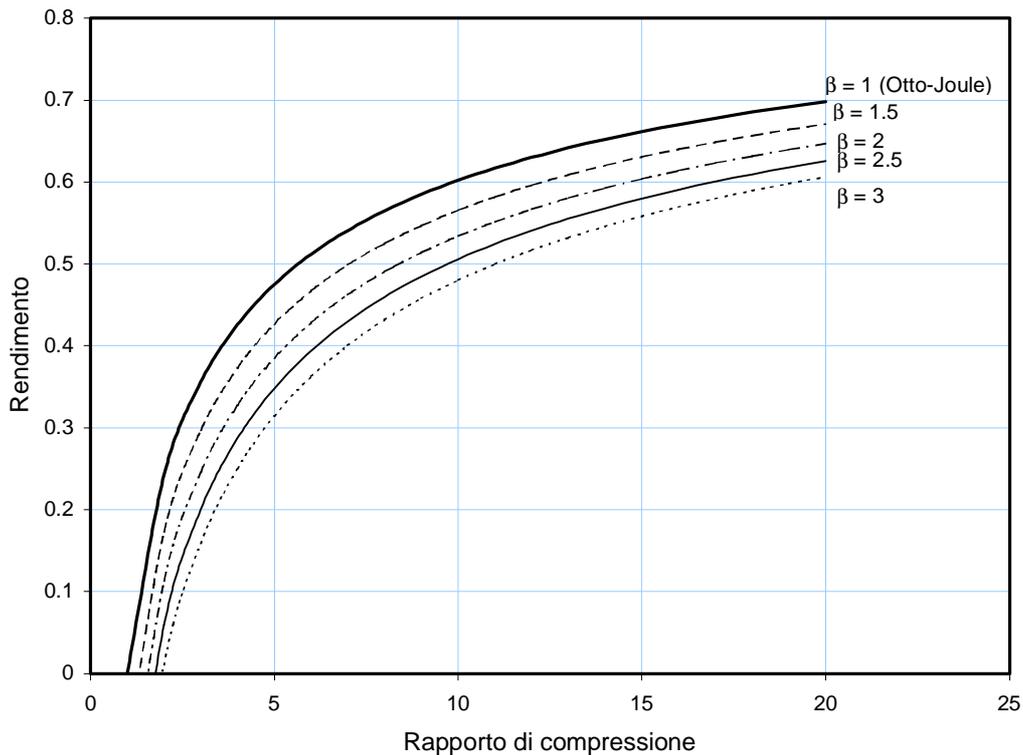


Fig. 3.8 – Confronto fra i rendimenti dei cicli Joule, Otto e Diesel.

APPLICAZIONI: VAPORI E ARIA UMIDA

4.1 TRANSIZIONI DI FASE

Un certo numero di macchine termiche a flusso continuo impiega come fluido operante sostanze aventi composizione chimica omogenea e invariabile (*sostanze pure*), ma presenti in due fasi diverse, liquida e aeriforme, ovvero a temperature e pressioni nell'intorno del loro punto critico. Esse funzionano secondo cicli termodinamici sia *diretti* (ovvero per la produzione di lavoro) che *inversi* (per la refrigerazione o la produzione di calore).

È necessario premettere al loro studio alcune ulteriori nozioni sulle transizioni di fase rispetto a quanto descritto nel CAPITOLO 1, che permetteranno di quantificare l'energia messa in gioco durante tali passaggi di stato.

La quantità di calore necessaria per fare evaporare (o condensare) l'unità di massa di sostanza ad una certa pressione è detta *calore latente* di evaporazione o di condensazione (r). Poiché la trasformazione avviene a pressione costante ($\ell_1 = 0$), dalla (2.6') si ottiene:

$$r = h_v - h_l \quad 4.1$$

dove i pedici v e l indicano rispettivamente le condizioni di vapore saturo e liquido saturo. Poiché durante la transizione di fase la temperatura rimane costante, si può anche scrivere, per il II Principio:

$$r = \int T \cdot ds = T \cdot (s_v - s_l) \quad 4.2$$

Utilizzando la definizione di titolo del vapore data in 1.6 e la 4.1 si avrà:

$$h(x) = x \cdot h_v + (1 - x) \cdot h_l = h_l + x \cdot r$$

4.3

Diagrammi di Mollier

Oltre al diagramma di Gibbs, per le miscele di liquidi e vapori vengono comunemente impiegati diagrammi in cui uno degli assi coordinati è l'entalpia (*diagrammi di Mollier*). Attraverso la grandezza entalpia è infatti possibile determinare l'energia scambiata nelle trasformazioni dei sistemi termodinamici aperti, ad esempio il calore scambiato in una trasformazione isobara o il lavoro scambiato in una trasformazione adiabatica.

I diagrammi di Mollier più frequentemente impiegati sono, per i cicli diretti, il diagramma (h, s) , riportato in figura 4.1, e per quelli inversi il diagramma $(\log p, h)$, riportato in figura 4.2.

È facile dimostrare che sul diagramma (h, s) la pendenza di una isobara rappresenta la temperatura. Infatti, essendo $(\delta q)_p = dh$, si ha:

$$\left(\frac{dh}{ds} \right)_p = \frac{\delta q}{\delta q / T} = T$$

All'interno delle curve limite la temperatura è costante e dunque le isobare isoterme sul diagramma (h, s) sono delle rette, con pendenza tanto più grande quanto più è alta la loro temperatura.

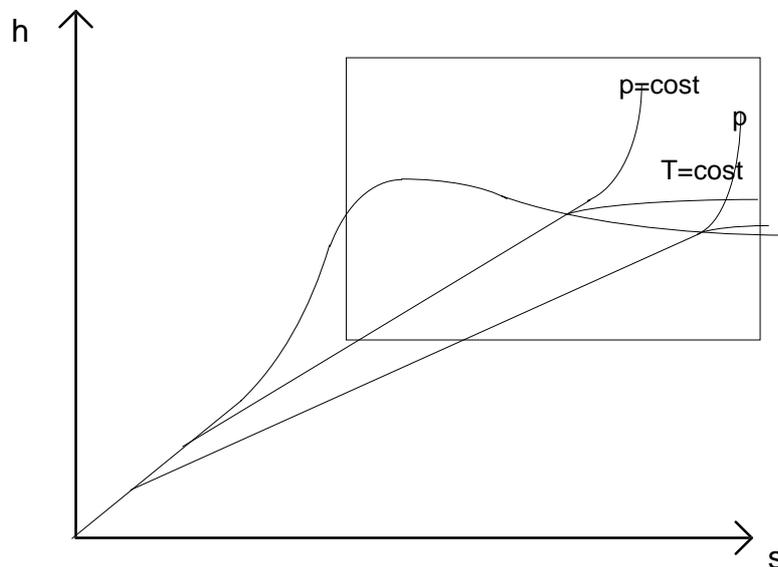


Fig. 4.1 – Curve limite dell'acqua sul diagramma di Mollier (h, s) .

I diagrammi (h, s) per l'acqua che si trovano in commercio visualizzano soltanto la parte contenuta nel riquadro di figura 4.1, in cui avvengono le trasformazioni più importanti dal punto di vista energetico.

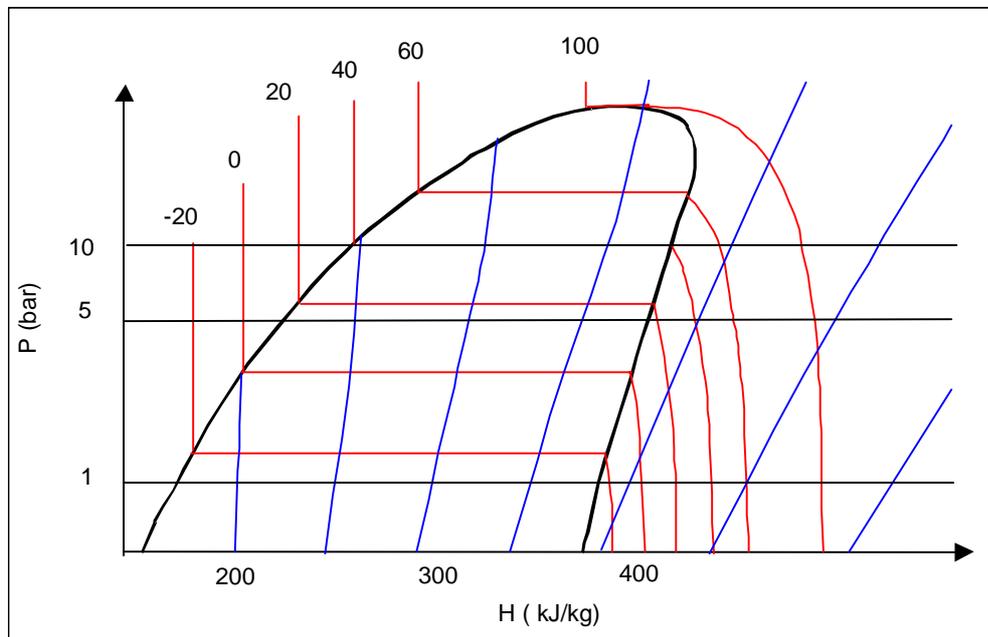


Fig. 4.2 – Curve limite per il fluido refrigerante R134a sul diagramma di Mollier (log p, h).

4.2 CICLI DIRETTI A VAPORE

Lo scopo dei cicli diretti a vapore è la produzione di energia meccanica, che viene quindi trasformata in energia elettrica accoppiando alla turbina un alternatore. Questi cicli sono impiegati nelle grandi centrali di potenza, alimentate sia a combustibili fossili che con l'energia sviluppata dalla fissione nucleare.

Il fluido operante è in genere costituito da *acqua*. Rispetto ai cicli a gas, dai cicli a vapore può essere ricavato un lavoro netto per unità di massa di un ordine di grandezza più grande. Inoltre, le trasformazioni in cui si somministra calore a pressione costante sono isoterme, quando si trovano all'interno delle curve limite, ovvero nella zona del vapore umido.

Sarebbe pertanto possibile, supponendo reversibili le trasformazioni adiabatiche, percorrere (fig. 4.3) un ciclo di Carnot, caratterizzato da una compressione isentropica (1-2) fino al raggiungimento delle condizioni di liquido saturo, un riscaldamento isobaro-isoterma (2-3) fino a completa evaporazione (condizioni di vapore saturo secco), una espansione isentropica (3-4) fino alla pressione iniziale p_1 , e infine una fase di parziale condensazione isobara-isoterma (4-1).

Lo schema a blocchi di un impianto che opera secondo un ciclo diretto a vapore reale è riportato in figura 4.4.

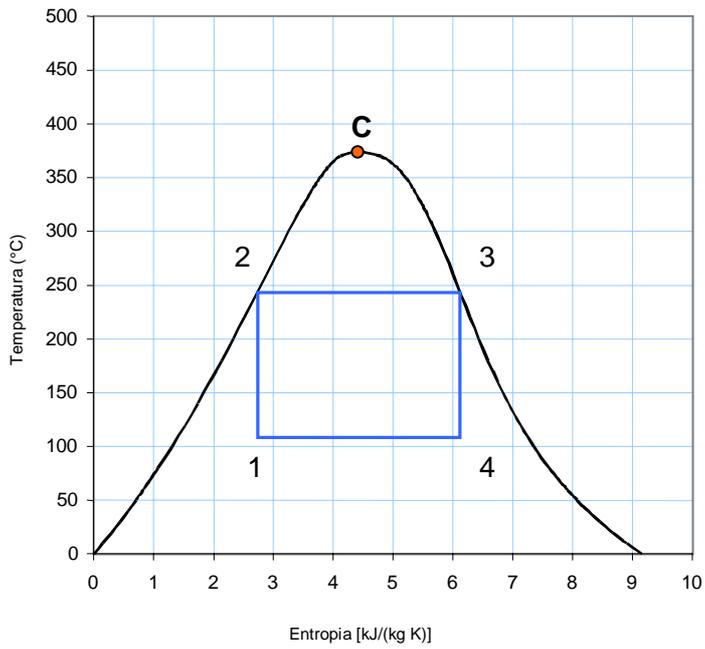


Fig. 4.3 – Ciclo di Carnot per il vapor d’acqua all’interno delle curve limite.

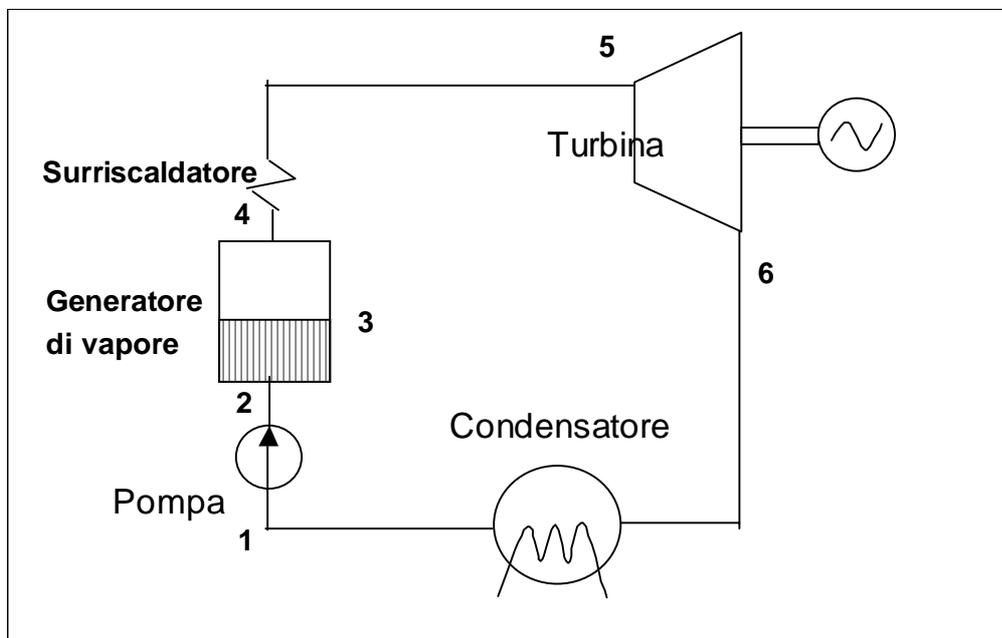


Fig. 4.4 – Schema di impianto a ciclo Rankine.

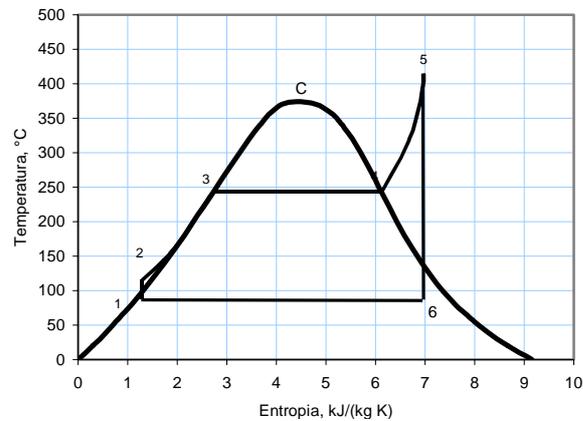


Fig. 4.5 – Ciclo Rankine a vapore surriscaldato (diagramma T, s).

Nella pratica, risulta assai disagiata operare la compressione di una sostanza presente in due fasi diverse e si preferisce proseguire la condensazione fino a condizioni di liquido saturo (1) per comprimere poi il liquido (1-2) in assenza di vapore (fig. 4.5). Inoltre, il riscaldamento isobaro non si arresta alle condizioni di vapore saturo secco, ma prosegue nella regione del vapore surriscaldato (4-5), accompagnato ora da un aumento di temperatura (surriscaldamento). In tal modo, oltre a migliorare il rendimento termodinamico del ciclo, si previene l'usura delle palette della turbina ad opera delle gocce d'acqua presenti negli stadi a bassa pressione dove il titolo è più basso. Il ciclo così costituito prende il nome di *ciclo Hirn* o *ciclo Rankine a vapore surriscaldato*. Le energie scambiate varranno:

$$q_1 = h_5 - h_2$$

$$q_2 = h_1 - h_6$$

$$\ell_{ic} = h_1 - h_2$$

$$\ell_{ie} = h_5 - h_6$$

Il suo rendimento sarà dato da:

$$\eta = 1 + \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{h_6 - h_1}{h_5 - h_2} \quad 4.4$$

Provvedimenti per migliorare il rendimento dei cicli diretti a vapore

Esprimendo in funzione dei salti di entropia i calori scambiati, e assumendo isentropici i processi di espansione e compressione, l'espressione del rendimento diviene:

$$\eta = 1 - \frac{T_1 \cdot (s_6 - s_1)}{T_m \cdot (s_5 - s_2)} = 1 - \frac{T_1}{T_m} \quad 4.5$$

in cui T_1 rappresenta la temperatura di condensazione T_m la temperatura media dell'acqua nella fase di introduzione del calore. Da tale espressione risulta evidente la convenienza, per migliorare il rendimento, di ridurre al massimo la temperatura, e dunque la pressione, di condensazione ed aumentare al massimo la temperatura media di introduzione del calore. Il limite inferiore invalicabile per T_1 è rappresentato dalla temperatura dell'ambiente; tenendo conto della necessità di mantenere un certo salto termico fra il vapore che condensa e il fluido refrigerante, e di contenere la depressione nel condensatore, la temperatura di condensazione non scende in genere al di sotto dei 30 °C, corrispondente ad una pressione di circa 0.05 bar.

Per aumentare T_m si possono adottare diversi provvedimenti:

- aumentare la temperatura massima del ciclo T_5
- aumentare la pressione superiore del ciclo $p_2 = p_5$
- adottare un processo *rigenerativo*¹ per portare il liquido in condizioni prossime a quelle di evaporazione senza fornire calore dall'esterno

La temperatura massima, al termine del surriscaldamento, è limitata dalla resistenza metallurgica dei condotti nel surriscaldatore e dei primi stadi della turbina, per cui essa non supera di norma i 540 - 550 °C.

Il secondo provvedimento porta a raggiungere pressioni anche superiori alla pressione critica (221 bar), ma all'aumentare della pressione aumentano le sollecitazioni meccaniche senza che ciò comporti, al di sopra di 180 - 190 bar, un significativo miglioramento del rendimento; inoltre si riduce progressivamente il titolo di fine espansione. Per questo motivo ci si arresta spesso alla pressione di circa 180 bar.

La rigenerazione nei cicli Rankine ha come scopo il preriscaldamento del liquido fino a condizioni il più possibile vicine a quelle di incipiente evaporazione. Questa operazione viene effettuata mediante una serie di spillamenti di vapore dalla turbina; il vapore spillato cede calore al liquido proveniente dal condensatore e preventivamente compresso, portandolo gradualmente ad una temperatura prossima a quella di incipiente evaporazione. In tal modo aumenta notevolmente il valore di T_m e quindi il rendimento, pur riducendosi il lavoro svolto, in quanto la portata di acqua che circola in turbina si riduce.

Cogenerazione

Una tecnica sempre più diffusa per migliorare l'efficienza complessiva degli impianti per la produzione termoelettrica, a vapore e non, è quella della cogenerazione. Essa consiste nel rendere utilizzabile ad una utenza termica il calore q_2 ceduto alla temperatura più bassa, che, nel caso di un ciclo a vapore, è quello di condensazione. In questo caso la condensazione viene operata ad una temperatura che sia sufficientemente alta da rendere «interessante» il calore ceduto, tipicamente superiore a 100 °C. In tal modo diminuisce il rendimento

¹ Per rigenerazione si intende il trasferimento di calore da una fase all'altra del ciclo, ovvero «interna» al ciclo medesimo.

termodinamico dato dalla 4.5, e dunque il lavoro prodotto, ma si rende utilizzabile anche il calore che normalmente viene scaricato in ambiente.

4.3 CICLI INVERSI

Le macchine funzionanti secondo cicli inversi hanno come obiettivo la produzione di freddo (*macchine frigorifere*) e di calore (*pompe di calore*). Esse possono operare secondo due diverse modalità:

- a compressione di vapore
- ad assorbimento

Cicli inversi a compressione di vapore

Nei cicli inversi si impiegano come fluidi termodinamici sostanze chimiche particolari detti refrigeranti o fluidi frigoriferi, quali NH_3 , CH_3Cl , SO_2 , e vari idrocarburi alogenati detti genericamente *freon* (R11, R12, R22, R114, R134a, etc.), in genere fortemente riducenti. Esse hanno in comune la proprietà di evaporare a temperature basse (dell'ordine di qualche decina di gradi sotto zero, nella maggior parte delle macchine frigorifere) a pressioni superiori o di poco inferiori alla pressione atmosferica e di condensare a temperature dell'ordine di 50 -100 °C in corrispondenza di pressioni non troppo elevate.

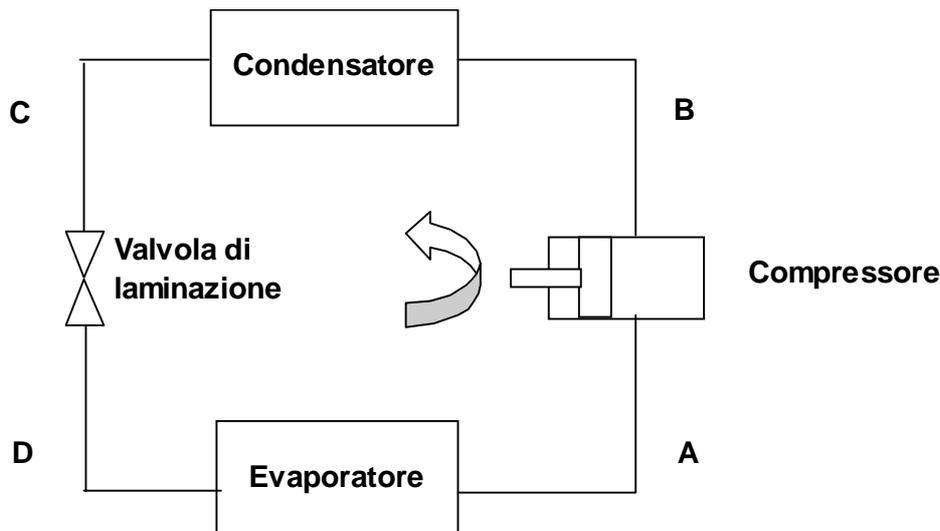


Fig. 4.6 – Schema funzionale di una macchina frigorifera.

Lo schema funzionale di una macchina operante secondo un ciclo inverso a compressione di vapore è riportato in figura 4.6.

Il fluido frigorifero sotto forma di vapore saturo secco o leggermente surriscaldato (A) viene prima compresso (A-B), poi desurriscaldato e condensato (B-C), poi viene fatto trafilare in una valvola di laminazione con un processo isentalpico C-D e infine fatto evaporare (D-A).

In genere si opera un lieve surriscaldamento all'uscita dall'evaporatore per evitare che eventuali goccioline di refrigerante reagiscano con il lubrificante del compressore, danneggiandolo.

Inoltre, per aumentare la quantità di calore q_2 sottraibile a bassa temperatura; si sottoraffredda il liquido condensato fino alla temperatura ambiente, in modo da ridurre l'entalpia del punto di fine espansione.

Il ciclo inverso a compressione di vapore ha l'aspetto riportato sul diagramma (log p, h) di figura 4.7, sul quale è comodo rilevare le quantità di energia in gioco. Si ha infatti:

$$|q_1| = h_B - h_C$$

$$q_2 = h_A - h_D$$

$$|\ell_{ic}| = h_B - h_A$$

e dunque:

$$\varepsilon^* = \text{COP} = \frac{|q_1|}{|\ell_{ic}|} = \frac{h_B - h_C}{h_B - h_A} > 1 \text{ per le pompe di calore} \quad 4.6$$

$$\varepsilon = \frac{q_2}{|\ell_{ic}|} = \frac{h_A - h_D}{h_B - h_A} \text{ per le macchine frigorifere} \quad 4.7$$

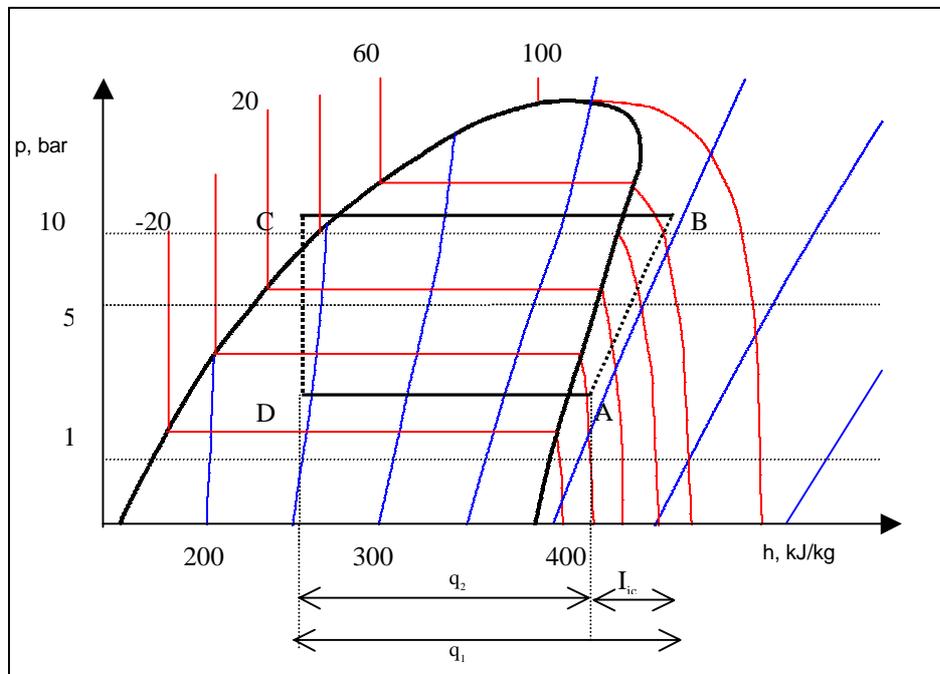


Fig. 4.7 – Ciclo inverso a vapore (log p, h).

Macchine frigorifere ad assorbimento

Il ciclo termodinamico percorso dalle macchine ad assorbimento differisce dal ciclo inverso a vapore soltanto per le modalità di compressione del vapore. Pur presentando dei rendimenti inferiori a quelli dei cicli a compressione tradizionali, le macchine ad assorbimento si stanno sempre più diffondendo sia nelle macchine di grande potenza che in alcune applicazioni domestiche (per il fatto di non avere quasi, nei loro circuiti, organi in movimento soggetti ad avarie meccaniche, per la loro silenziosità ed il basso consumo di energia elettrica, soprattutto quando è disponibile una fonte termica a costo basso o addirittura nullo, come l'energia solare o energia termica di recupero).

Il principio di funzionamento si basa sulla proprietà di una soluzione di due liquidi di assorbire, ovvero far condensare, il vapore della soluzione stessa anche quando la temperatura della soluzione liquida è superiore a quella del vapore.

Alcuni fluidi comunemente impiegati in questo tipo di cicli sono l'ammoniaca (NH_3) e il bromuro di litio (LiBr), in soluzioni acquose.

Lo schema funzionale di un ciclo ad assorbimento è illustrato in figura 4.8.

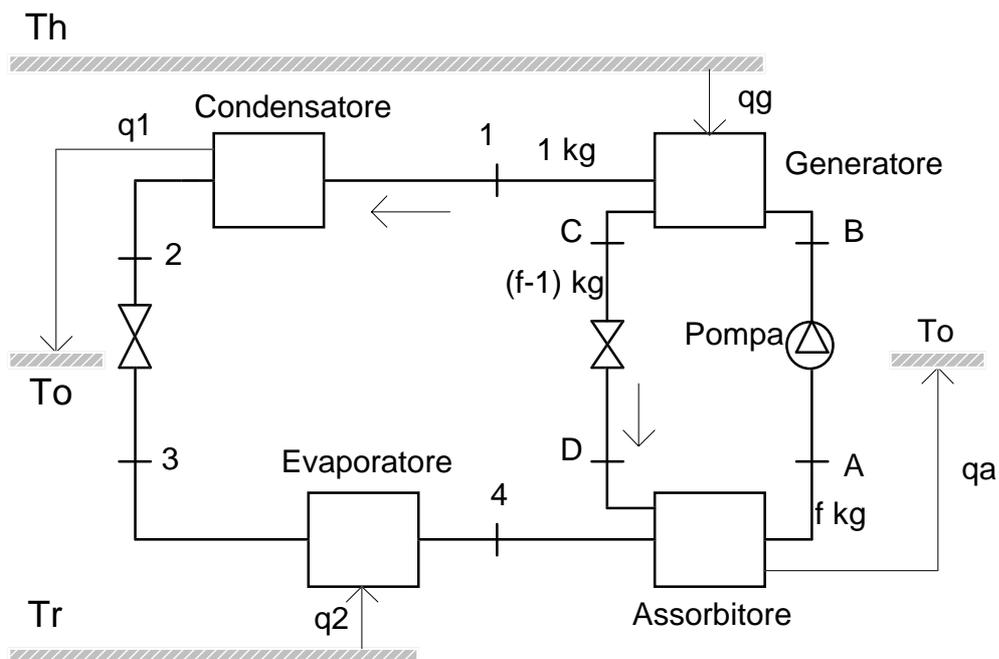


Fig. 4.8 – Schema di una macchina frigorifera ad assorbimento.

Si abbia, ad esempio, un comune ciclo inverso percorso da ammoniaca. All'uscita dell'evaporatore (4), dove giunge allo stato di vapore saturo secco, invece che essere compressa con notevole dispendio di energia meccanica, l'ammoniaca viene inviata in un recipiente, detto *assorbitore*, dove condensa (viene assorbita) a contatto con una soluzione di acqua e ammoniaca a temperatura leggermente superiore all'ambiente (e dunque superiore a T_4), grazie alla proprietà sopra enunciata. In forma liquida (e quindi con piccolo dispendio di energia) la soluzione, ricca di ammoniaca, viene compressa fino a raggiungere la pressione massima del ciclo $p = p_1$. Raggiunto il *generatore*, la

soluzione viene scaldata e dell'ammoniaca quasi pura si libera, nuovamente in forma gassosa, mentre la soluzione impoverita viene fatta trafilare, a temperatura praticamente costante, e rinviata all'assorbitore.

Il calore di condensazione del vapore q_a prodotto nell'assorbitore verrà scaricato in ambiente, mentre nel generatore il termostato T_h fornirà il calore q_g necessario per consentire l'evaporazione.

L'efficienza (COP) dei cicli frigoriferi ad assorbimento è data dal rapporto fra la quantità di calore sottratta all'evaporatore (q_2) e l'energia spesa, pari alla somma del lavoro della pompa (l_{ic}), di solito trascurabile, e del calore fornito nel generatore (q_g). Per cui:

$$COP = \frac{q_2}{|l_{ic}| + q_g} \approx \frac{q_2}{q_g} \quad 4.8$$

In pratica ben di rado il COP di una macchina ad assorbimento del tipo di quella descritta risulta superiore all'unità.

4.4 MISCELE DI GAS: L'ARIA UMIDA

Questo capitolo esamina le trasformazioni termodinamiche della miscela aria-vapor d'acqua (*aria umida*). Queste due sostanze non reagiscono chimicamente fra loro e, essendo normalmente il vapor d'acqua in condizioni di vapore surriscaldato, possono entrambe essere considerate gas ideali; esse costituiscono dunque una miscela di gas ideali, per cui vale la *legge di Dalton*, ovvero:

ogni gas in una miscela si comporta come se occupasse da solo tutto il volume alla temperatura della miscela.

La pressione esercitata da ogni gas è dunque pari a quella che eserciterebbe se fosse solo nel volume occupato dalla miscela e viene detta *pressione parziale del gas*. Con queste ipotesi si ha:

$$p_a v_a = R_a * T = RT / \mu_a \quad 4.9$$

$$p_v v_v = R_v * T = RT / \mu_v \quad 4.10$$

e la pressione totale (pressione barometrica) è data da:

$$p = p_a + p_v \quad 4.11$$

Si definiscono inoltre le seguenti grandezze

$$\phi = \frac{p_v}{p_{vs}} \approx \frac{p_v}{p_{vs}} \text{ umidità relativa} \quad 4.12$$

$$x = \frac{m_v / V}{m_a / V} = \frac{p_v}{p_a} \text{ grado igrometrico o titolo dell'aria umida} \quad 4.13$$

dove p_{vs} rappresenta la pressione di saturazione (pressione alla quale il vapore inizia a condensare) alla stessa temperatura a cui si trova la miscela aria-vapore (fig. 4.9). Essa è funzione della temperatura come indicato in figura 4.10.

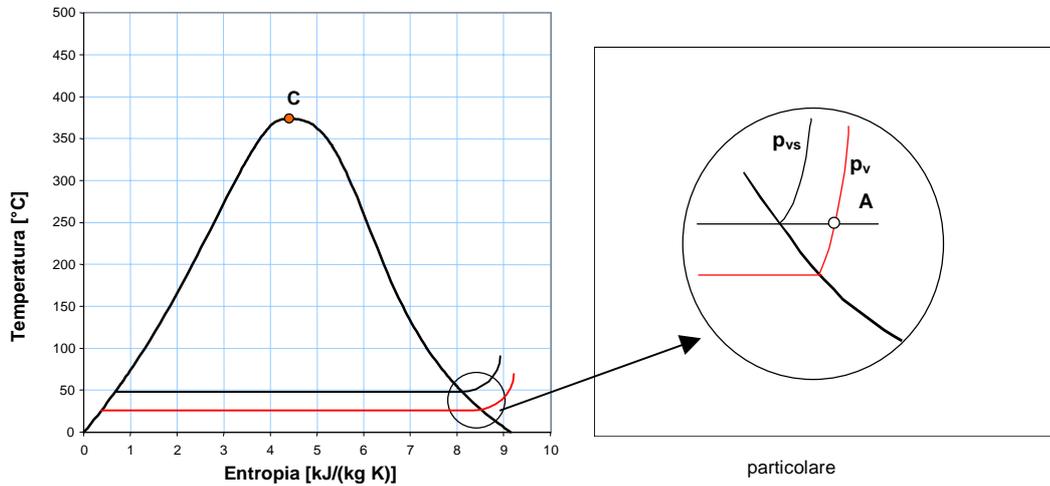


Fig. 4.9 – Visualizzazione sul diagramma (T, s) delle condizioni termodinamiche del vapore presente nell'aria in condizioni normali ($p = p_v$) e di saturazione ($p = p_{vs}$).

Date le 4.10-4.12, dalla 4.13 si ricava:

$$x = \frac{v_a}{v_v} = \frac{R_a^* \cdot T}{p_a} \cdot \frac{p_v}{R_v^* \cdot T} = \frac{\mu_v}{\mu_a} \cdot \frac{p_v}{p - p_v} = 0.622 \frac{\phi \cdot p_{vs}}{p - \phi p_{vs}} \quad 4.14$$

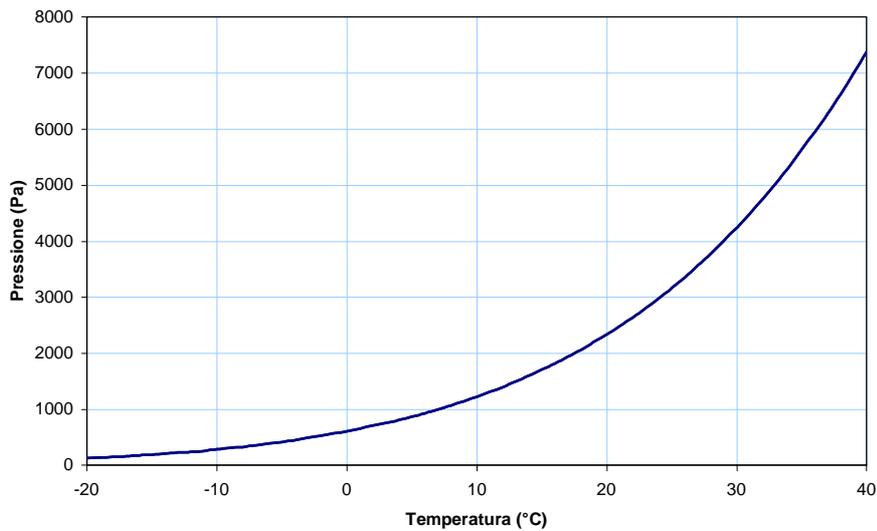


Fig. 4.10 – Pressione di saturazione del vapor d'acqua in funzione della temperatura.

Diagramma di Mollier per l'aria umida

Lo studio delle trasformazioni termodinamiche dell'aria umida interessa molti settori, dagli impianti di condizionamento degli edifici, agli impianti di essiccazione di derrate alimentari, agli impianti tessili, etc..

In tali impianti l'aria, prima di essere immessa in ambiente, viene «trattata» in modo da modificarne la temperatura e il grado igrometrico. Il costo energetico di questi trattamenti è calcolabile attraverso le variazioni di entalpia dell'aria, che assume quindi fondamentale importanza. Essendo questa una grandezza estensiva, può essere calcolata, per un sistema formato da una massa m_a di aria secca e una massa d'acqua m_v allo stato di vapore surriscaldato, come:

$$H_{\text{ariaumida}} = m_a h_a + m_v h_v$$

dove:

h_a = entalpia specifica dell'aria secca

h_v = entalpia specifica del vapore

Poiché la portata d'aria secca resta costante nel corso del trattamento, mentre quella di vapore può variare (se l'aria viene deumidificata o umidificata), vige la consuetudine di riferire l'entalpia della miscela *all'unità di massa di aria secca*, anziché all'unità di massa della miscela. Per cui, dividendo per la massa dell'aria secca m_a , si ha:

$$h_{1+x} = h_a + x h_v$$

dove h_{1+x} rappresenta l'entalpia di 1 kg di aria secca e di x kg di vapore ad essa associati. Poiché le entalpie sono riferite a 0 °C, si ha:

$$h_a = \bar{c}_{pa} (T - 0) = \bar{c}_{pa} T$$

in cui \bar{c}_{pa} è il calore specifico medio dell'aria e T è espressa in °C. Per ciò che riguarda l'entalpia del vapore surriscaldato, essa può essere calcolata (cfr. DIMOSTRAZIONE) come:

$$h_v = r_0 + \bar{c}_{pv} \cdot T,$$

in cui \bar{c}_{pv} è il calore specifico medio del vapor d'acqua surriscaldato ed r_0 il calore di evaporazione dell'acqua a 0°C. Pertanto l'entalpia dell'aria umida sarà espressa dalla formula:

$$h_{1+x} = \bar{c}_{pa} \cdot T + x \cdot \left(r_0 + \bar{c}_{pv} \cdot T \right) \quad 4.15$$

In unità S.I. si ha:

$$\bar{c}_{pa} = 1.0 \text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$\bar{c}_{pv} = 1.9 \text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$r_0 = 2500 \text{kJ}/\text{kg}$$

Sostituendo i valori numerici e riordinando si ottiene:

$$h_{1+x} = 2500x + (1 + 1.9x)T \quad 4.15'$$

Dimostrazione

Poiché nella regione del vapore surriscaldato le isoterme sono pressappoco isentalpiche, si può assumere che l'entalpia del vapor d'acqua presente nella miscela sia uguale a quella di un vapore surriscaldato alla stessa temperatura T e ad una pressione di 0,0061 bar (pari alla pressione di evaporazione a 0 °C). Con riferimento alla figura D.1

$$h_P \cong h_{P'}$$

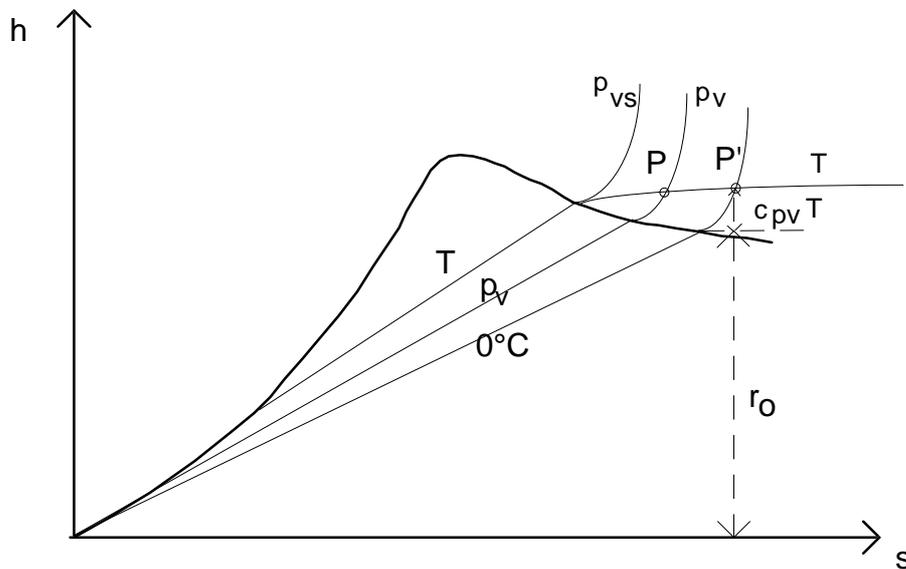


Fig. D.1 – Entalpia del vapore surriscaldato.

a sua volta:

$$h_{P'} = r_0 + \bar{c}_{pv} \cdot (T - 0)$$

L'equazione 4.15 viene riportata in forma grafica in un diagramma (h,x) che tiene anche conto della relazione 4.14 ricavata in precedenza. Tale diagramma assume il nome di *diagramma di Mollier per l'aria umida* (fig. 4.11).²

Nel diagramma di Mollier si riporta in ascisse il grado igrometrico e in ordinate l'entalpia. Tuttavia, quest'ultima viene conteggiata a partire da un asse inclinato verso il basso di un angolo la cui tangente vale 2500. Pertanto le isentalpiche saranno rette parallele a tale asse: il termine (2500 · x) starà al di sotto dell'asse delle ascisse e nel primo quadrante verrà riportato soltanto il termine:

$$(1 + 1.9 \cdot x) \cdot T$$

² Ne esistono anche versioni diverse, come il diagramma psicrometrico Carrier (detto anche diagramma ASHRAE), più comunemente usate nei Paesi anglosassoni, che usano come assi coordinati grado igrometrico e temperatura anziché grado igrometrico ed entalpia.

Le curve ad ugual umidità relativa si ricavano ponendo $\phi = \text{cost}$ nell'equazione 4.14 e trovando poi le coppie di valori $(p_{vs}(T), x)$ che la soddisfano.

Particolare interesse riveste in questo diagramma la curva $\phi = 100\%$ (*curva di saturazione*). Al di sopra di tale curva l'aria è insatura e il vapore in essa presente è in condizioni di vapore surriscaldato. In corrispondenza della curva il vapore è saturo secco e l'aria viene detta *saturo* di vapor d'acqua.

Il diagramma così tracciato vale per una particolare pressione barometrica (totale), ma le curve ad ugual umidità relativa rimangono tali (sia pure riferite ad un diverso valore di umidità relativa) anche per pressioni barometriche diverse. Infatti, dalla 4.14 si ottiene:

$$\phi = p \cdot \frac{x}{p_{vs} \cdot (0.622 + x)} \quad 4.16$$

che dimostra come il valore dell'umidità relativa sia direttamente proporzionale alla pressione barometrica. Pertanto, ad esempio, la curva che per $p = 1$ bar rappresenta la curva ad umidità relativa costante pari a $\phi = 50\%$, corrisponderà a $\phi = 40\%$ se la pressione è pari a 0.8 bar.

Inoltre, dalla 4.16 si osserva come, a parità di grado igrometrico x , al crescere della temperatura cresce p_{vs} , e dunque diminuisce l'umidità relativa.

Andamento delle isoterme

Nel campo di massimo interesse tecnologico (aria insatura: $x < x_{vs}$) le isoterme sono rette di equazione:

$$h_{1+x} = 2500x + (1 + 1.9x) T$$

ma, data la particolarità della scelta dell'asse $h = 0$ divengono:

$$h_{1+x} = (1 + 1.9x) T$$

che intercettano sull'asse delle ordinate ($x = 0$) un segmento pari a T ed hanno tutte origine in un punto avente:

$$h_{1+x} = 0; x = - 1/1.9$$

Per una temperatura superiore a quella del punto triplo dell'acqua ($T > 0$ °C) e $x > x_{vs}$ ci si trova a destra della curva di saturazione, nella cosiddetta «regione delle nebbie», in cui le isoterme avranno equazione:

$$h_{1+x} = 2500x_{vs} + (1 + 1.9x_{vs}) T + 4.2T \cdot x_1$$

L'entalpia crescerà dunque, al crescere di x , solo a causa dell'aumento del contributo della frazione liquida $4.2T \cdot x_1$, relativamente modesto e proporzionale a T . Pertanto nella regione delle nebbie le isoterme risulteranno quasi isentalpiche.

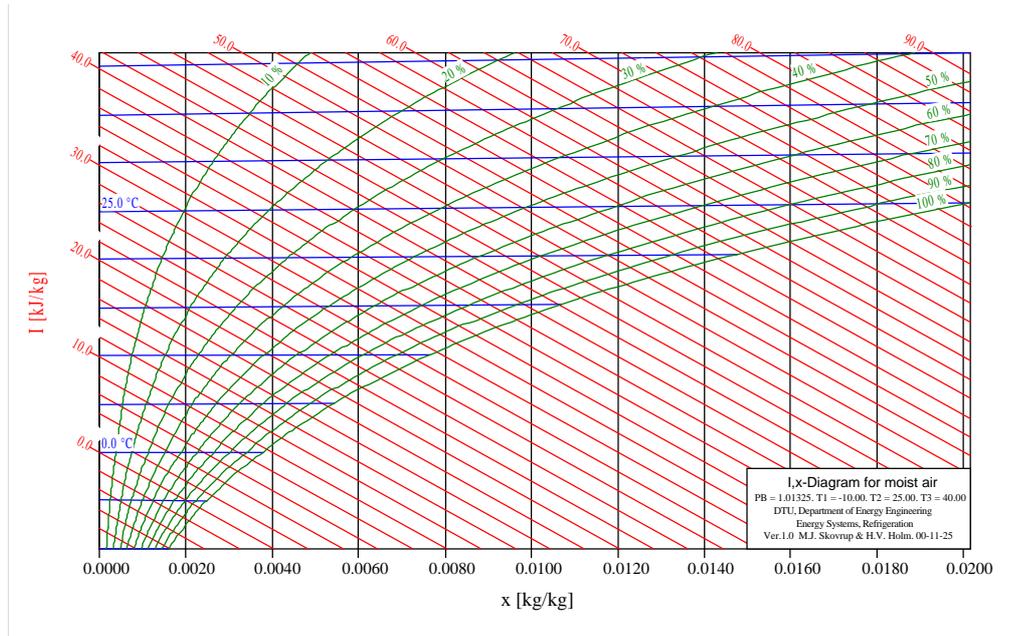


Fig. 4.11 – Diagramma di Mollier per l'aria umida ($p = 1 \text{ atm}$).

4.5 TRASFORMAZIONI DELL'ARIA UMIDA

Le principali trasformazioni subite dall'aria umida negli apparecchi di trattamento dell'aria sono:

- Miscelazione
- Riscaldamento
- Raffreddamento senza condensazione
- Deumidificazione (raffreddamento con condensazione)
- Umidificazione

Miscelazione

La miscelazione è un processo nel quale due correnti di aria umida a temperatura e umidità relativa diverse vengono mescolate. Indicando con i pedici 1 e 2 le grandezze relative alle due correnti in ingresso e con il pedice u le caratteristiche della corrente in uscita e considerando anche in questo caso il processo adiabatico, le equazioni di conservazione dell'energia per i sistemi aperti e della massa (di acqua) forniscono:

$$\begin{cases} \dot{m} \cdot h_u - \dot{m}_1 \cdot h_1 - \dot{m}_2 \cdot h_2 = 0 \\ \dot{m} \cdot x_u - \dot{m}_1 \cdot x_1 - \dot{m}_2 \cdot x_2 = 0 \end{cases} \quad 4.17$$

avendo ommesso per semplicità il pedice (1+x) dal simbolo h dell'entalpia. Sapendo inoltre che:

$$\dot{m} = \dot{m}_1 + \dot{m}_2$$

si desumono, note portata, grado igrometrico ed entalpia dei flussi d'aria in ingresso, portata, grado igrometrico ed entalpia dell'aria in uscita.

Tali valori sono facilmente determinabili anche per via grafica. Le condizioni h_u ed x_u dell'aria in uscita si ricavano infatti tracciando la congiungente i punti 1 e 2 rappresentativi dei due flussi d'aria in ingresso ed individuando su tale segmento il punto tale da dividere il segmento stesso in parti inversamente proporzionali alle portate (fig. 4.12).

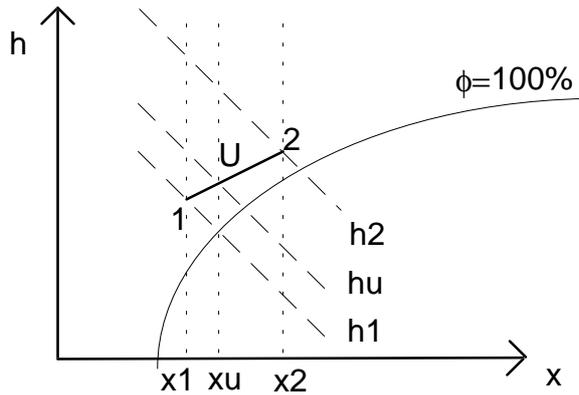


Fig. 4.12 – Miscelazione.

Riscaldamento

Il riscaldamento dell'aria umida viene operato in una batteria di scambio termico nella quale un fluido scaldante, in genere acqua o vapore, cede all'aria umida una potenza termica \dot{Q} . Scrivendo le equazioni di conservazione per l'aria umida si ottiene:

$$\begin{cases} \dot{Q} = \dot{m} \cdot h_u - \dot{m} \cdot h_i \\ \dot{m} \cdot x_u = \dot{m} \cdot x_i \end{cases}$$

Dalle relazioni precedenti si ricava che il riscaldamento è sempre *isotitolo* (ovvero, *a grado igrometrico costante*) ed è accompagnato da un aumento di entalpia e di temperatura pari a:

$$\Delta h = \dot{Q} / \dot{m} = \Delta T \cdot (1 + 1.9x) \approx \Delta T$$

È facile verificare dalla 4.16 che l'umidità relativa diminuisce.

Raffreddamento

Il raffreddamento viene operato in una batteria di scambio termico alimentata da acqua refrigerata. Da un punto di vista termodinamico esso ha modalità analoghe al riscaldamento, finché non si raggiungono le condizioni di saturazione ($\phi = 100\%$): si tratta di una trasformazione isotitolo caratterizzata da una diminuzione di entalpia e di temperatura calcolabile come indicato per il riscaldamento, e da un aumento di umidità relativa.

Diverso è il caso in cui, nel corso del raffreddamento isotitolo, l'aria raggiunga le condizioni di saturazione (fig. 4.13). La temperatura a cui l'aria diviene satura viene detta *temperatura di rugiada* T_r ; continuando a sottrarre calore, il vapore inizia a condensare, mentre l'umidità relativa si mantiene pari al 100 %. Se l'acqua condensata viene rimossa (non rimane in sospensione) le equazioni di conservazione danno dunque:

$$\begin{cases} \dot{Q} = \dot{m} \cdot (h_u - h_i) + \dot{m}_w \cdot h_w \\ \dot{m}(x_u - x_i) + \dot{m}_w = 0 \end{cases} \quad 4.18$$

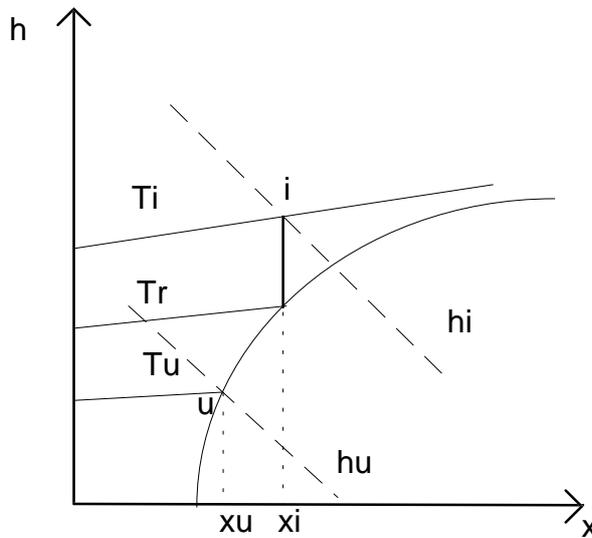


Fig. 4.13 – Raffreddamento con deumidificazione dell'aria umida.

dove:

- \dot{Q} = calore sottratto (negativo) nella batteria di raffreddamento
- \dot{m} = portata di acqua condensata
- h_w = entalpia dell'acqua condensata

Le due equazioni 4.18 non consentono di risolvere il problema perché sono incogniti x_u , h_u e \dot{m}_w . In realtà, entalpia e grado igrometrico dell'aria sono fra loro legate, poiché l'aria è satura. Va pertanto aggiunta la condizione supplementare:

$$x_u = 0.622 \frac{p_{vs}}{p - p_{vs}}$$

dedotta dalla 4.14 (con $\phi = 1$) che consente di legare il grado igrometrico alla pressione di saturazione, e dunque alla temperatura ed all'entalpia.

La soluzione analitica del problema è, come si vede, piuttosto involuta; al contrario, il problema può essere agevolmente risolto per via grafica: si calcola in primo luogo l'entalpia dell'aria in uscita con la prima delle 4.18 trascurando il

termine $\dot{m}_w h_w$; si determina poi il punto finale sul diagramma di Mollier quale intersezione fra la retta $h = h_u$ e la curva di saturazione; dal valore del grado igrometrico x_u , infine, si ricava per mezzo della seconda delle 4.18 la portata \dot{m}_w .

Umidificazione

L'umidificazione può essere effettuata in due modi diversi:

- con acqua nebulizzata
- a vapore

Nel primo caso si impiega una apposita batteria in cui dell'acqua nebulizzata viene spruzzata nell'aria che la attraversa (figura 4.14a). L'acqua evapora sottraendo calore all'aria ed aumentandone il grado igrometrico. Considerando il processo adiabatico, le equazioni di conservazione danno:

$$\begin{aligned} \dot{m}(h_u - h_i) - \dot{m}_w \cdot h_w &= 0 \\ \dot{m}(x_u - x_i) - \dot{m}_w &= 0 \end{aligned} \tag{4.19}$$

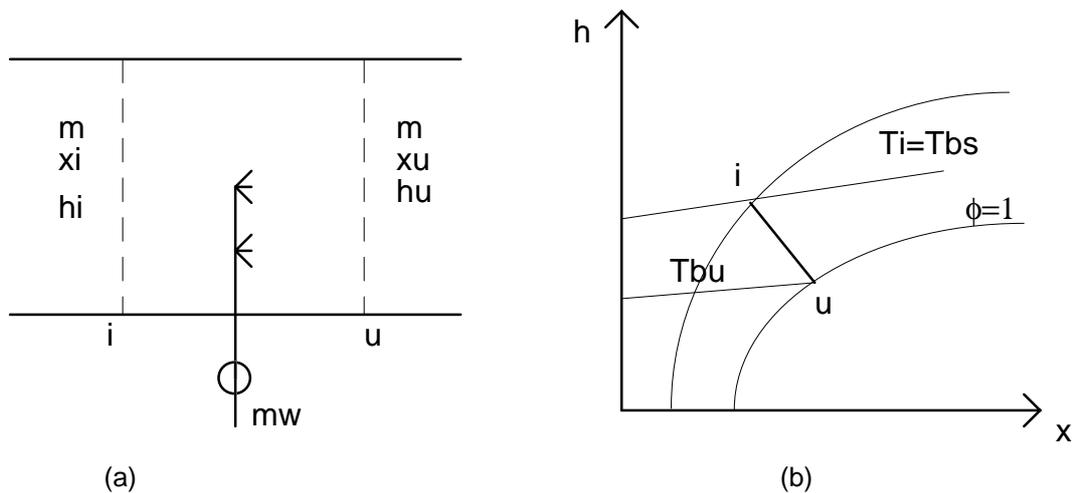


Fig. 4.14 – Rappresentazione schematica (a) e sul diagramma di Mollier (b) di una umidificazione isentalpica.

Questa volta, essendo nota la portata \dot{m}_w , entalpia e grado igrometrico dell'aria in uscita sono facilmente determinabili. Dalla prima delle 4.19 si deduce, inoltre, che la trasformazione è pressoché *isentalpica*, poiché, come in precedenza, il termine $\dot{m}_w h_w$ è trascurabile rispetto ai termini $\dot{m} h_i$ e $\dot{m} h_u$ (fig. 4.14b).

Poiché x_u è maggiore di x_i , a parità di entalpia si deve avere, per la 4.15, $T_u < T_i$. Quando la portata \dot{m}_w introdotta è tale da portare l'aria in condizioni di saturazione T_u coinciderà con la cosiddetta *temperatura di bulbo umido* T_{bu} ³.

³ Questa è la temperatura che verrebbe misurata da un termometro il cui bulbo sensibile sia stata avvolta da una pezzuola imbevuta di acqua distillata. Tale strumento è detto termometro a bulbo umido o «psicrometro di Assman».

4.6 IMPIANTI DI CONDIZIONAMENTO A TUTT'ARIA

Fra le applicazioni delle relazioni illustrate nei paragrafi precedenti particolare importanza rivestono gli *impianti di condizionamento*. L'esempio più semplice di impianto di condizionamento è quello in cui vi è un solo locale - o zona - condizionato e sia le funzioni igieniche che quelle termiche ed igrometriche sono demandate esclusivamente all'aria introdotta in ambiente (*impianti a tutt'aria*).

Caso estivo

Si abbia un locale nel quale si vogliono mantenere condizioni dell'aria A mediante una portata d'aria \dot{m} in condizioni I, in presenza di una potenza termica entrante (detta *carico termico*) \dot{Q} e di una portata di vapore prodotta in ambiente \dot{m}_v (fig. 4.15). Sono dati di progetto, e quindi noti: il carico termico \dot{Q} , la portata di vapore prodotta \dot{m}_v e la sua entalpia h_v , e le condizioni A che si vogliono mantenere in ambiente.

Le equazioni di bilancio energetico e di massa danno:

$$\begin{cases} \dot{Q} = \dot{m}h_A - \dot{m}h_I - \dot{m}_v h_v \\ \dot{m}x_A = \dot{m}x_I + \dot{m}_v \end{cases} \quad 4.20$$

La temperatura di introduzione dell'aria T_I può essere scelta dal progettista, con l'unica condizione:

$$T_I > T_A - 8^\circ\text{C} \quad 4.21$$

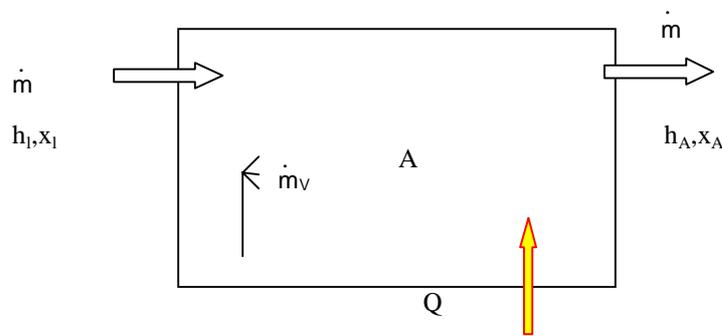


Fig. 4.15 – Schema dei flussi di energia e massa nel caso estivo.

Si hanno dunque due equazioni - le 4.20 - e una disequazione - la 4.21 - con tre incognite \dot{m} , h_I , x_I .

In questo caso risulta più conveniente procedere per via grafica utilizzando il diagramma di Mollier. Riordinando e dividendo la prima delle 4.20 per la seconda si ottiene:

$$\frac{h_A - h_I}{x_A - x_I} = \frac{\Delta h}{\Delta x} = h_v + \frac{\dot{Q}}{\dot{m}v} \quad 4.22$$

La retta con pendenza $\Delta h/\Delta x$ passante per A rappresenta il luogo dei punti che soddisfano le 4.20 e viene detta *retta di carico*. Intersecando questa retta con l'isoterma $T = T_I$, si trovano immediatamente le condizioni di introduzione h_I e x_I . Note queste è immediato ricavare da una qualunque delle 4.20 la portata di aria necessaria.

A questo punto occorre definire le trasformazioni necessarie per portare l'aria dalle condizioni di estrazione a quelle di introduzione e dimensionare la potenza delle apparecchiature necessarie per realizzare tali trasformazioni.

Con riferimento alla figura 4.16 descriviamo dunque i processi da realizzare.

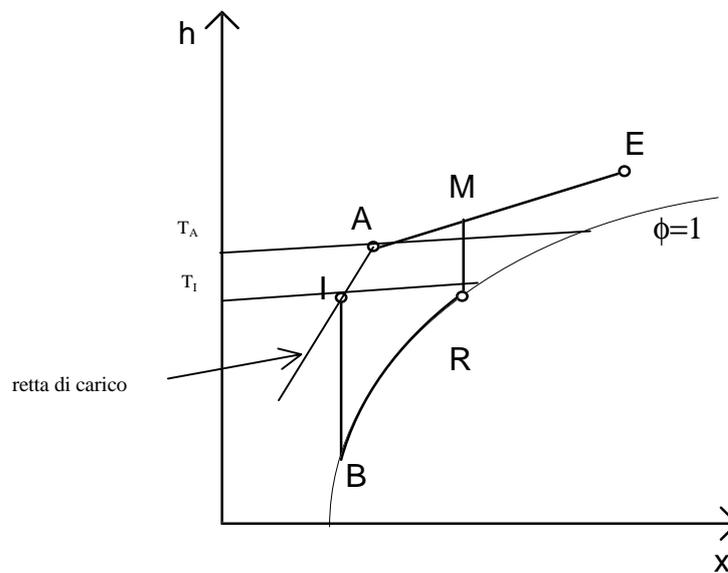


Fig. 4.16 – Trasformazioni dell'aria umida in un impianto a tutt'aria (caso estivo).

Per motivi igienici occorrerà rinnovare parte dell'aria viziata estratta con aria esterna pulita in condizioni di progetto estive E. Si avrà dunque una miscelazione fra l'aria in condizioni A ed E che porterà l'aria in condizioni M secondo le regole di miscelazione viste al paragrafo precedente.

Sarà poi necessario deumidificare e raffreddare l'aria. Entrambe le operazioni verranno svolte in una batteria di raffreddamento, dalla quale uscirà aria satura in condizioni B, tali che:

$$x_B = x_I$$

A questo punto si opera un riscaldamento isotitolo da B ad I, mediante una batteria di post-riscaldamento.

La potenza delle due batterie varrà rispettivamente:

$$\dot{Q}_f = \dot{m} \cdot (h_M - h_B)$$

$$\dot{Q}_{pc} = \dot{m} \cdot (h_I - h_B)$$

Caso invernale

Nel periodo invernale l'aria esterna dovrà in genere essere riscaldata ed umidificata prima di essere introdotta in ambiente. La determinazione delle condizioni di introduzione è fatta come nel paragrafo precedente, ricavando la pendenza della retta di introduzione con la 4.22 e fissando la temperatura di introduzione in modo che sia rispettato il criterio:

$$T_I < T_A + 10^\circ\text{C}$$

Un esempio di tale processo è descritto nel seguito ed illustrato nella figura 4.17.

Dopo la miscelazione fra l'aria interna ricircolata (punto A) e quella esterna, più fredda e secca (punto E), l'aria si trova nelle condizioni M. Essa viene poi riscaldata fino al punto B, la cui entalpia è uguale a quella del punto di rugiada (R) relativo alle condizioni di introduzione (I). In tal modo, operando una umidificazione isentalpica, si raggiungono le condizioni di grado igrometrico volute e con un post-riscaldamento si raggiunge infine il punto di introduzione.

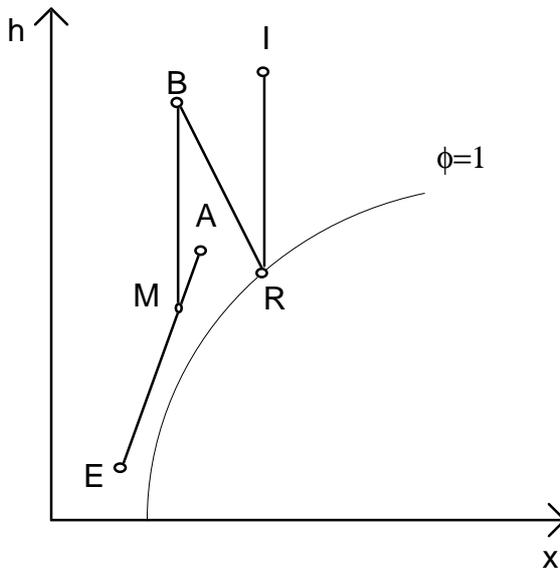


Fig. 4.17 – Trasformazioni dell'aria umida in un impianto a tutt'aria (caso invernale).

Una centralina di condizionamento sarà dunque costituita (fig. 4.18), nell'ordine, da:

1. condotto di ripresa
2. presa d'aria esterna
3. camera di miscela
4. sezione filtrante
5. batteria di preriscaldamento (vedi caso invernale)
6. sezione di umidificazione (vedi caso invernale)
7. batteria di raffreddamento (caso estivo)
8. batteria di post-riscaldamento (caso estivo o invernale)
9. sezione ventilante

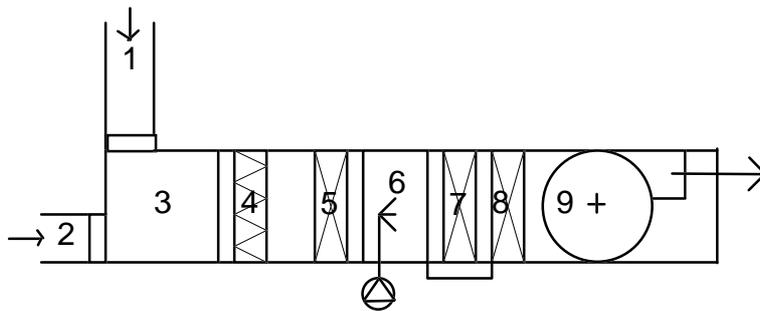


Fig. 4.18 – Schema di un impianto di condizionamento a tutt'aria.

GENERALITÀ SULLA TRASMISSIONE DEL CALORE E CONDUZIONE

La Parte della Fisica Tecnica che studia il trasferimento di calore all'interno di un corpo o fra corpi diversi è detta Termocinetica o Trasmissione del Calore.

Per meglio comprendere l'ambito di studio della Termocinetica si può dire che essa inizia là dove finisce la Termodinamica. Quest'ultima, infatti, ci consente di calcolare lo stato termico che si raggiunge in condizioni di equilibrio, ma non le leggi con cui si perviene a queste condizioni. Ad esempio, ci consente di stimare la temperatura finale di due corpi messi a contatto, ma non la velocità di evoluzione delle loro temperature. Questo è appunto il compito della Trasmissione del Calore.

Si è già detto che il calore è energia in transito per differenza di temperatura; sebbene nei problemi reali sia abbastanza raro che si verifichino isolatamente, si distinguono tre modi fondamentali di trasmissione del calore: *conduzione*, *irraggiamento* e *convezione*. Inizieremo con la trattazione della conduzione, ma poiché la distribuzione di temperatura all'interno di un corpo dipende da quello che avviene sul suo contorno, sarà necessario fornire anche qualche informazione preliminare sulle altre modalità di scambio termico.

5.1 CONDUZIONE E LEGGE DI FOURIER

Nella conduzione lo scambio di energia termica avviene per scambio di energia cinetica molecolare (fluidi e dielettrici) o per diffusione elettronica (metalli) senza scambio di materia, all'interno di un corpo. Si ricorda che, secondo la teoria cinetica, la temperatura è proporzionale all'energia cinetica molecolare media e l'energia interna di un corpo non è altro che la somma delle energie cinetiche e potenziali delle molecole che lo costituiscono.

L'esperienza insegna che il flusso di calore all'interno di un corpo non isoterma avviene sempre dalle regioni a temperatura più alta a quelle a temperatura più bassa (*Il Principio della Termodinamica*), e che esso è tanto più intenso quanto più è grande il gradiente di temperatura. Ciò può essere espresso in forma analitica attraverso la *legge di Fourier*:

$$\dot{Q} = -\lambda \cdot A \frac{\partial T}{\partial x} \quad 5.1$$

dove:

\dot{Q} = potenza o flusso termico, W

A = area della superficie di passaggio del flusso termico, m²

λ = conducibilità termica, W/(mK)

T = temperatura, K

x = lunghezza generica, m

Il segno meno è imposto dal Secondo Principio della Termodinamica, poiché il flusso termico è diretto nel verso delle temperature decrescenti, e quindi opposto al gradiente termico. La *conducibilità termica* λ risulta definita anche dimensionalmente attraverso la 5.1. Essa varia a seconda del tipo di sostanza, e in genere cresce con la densità. I valori per alcuni materiali e sostanze di comune impiego in edilizia sono riportati in tabella 5.1.

Tab. 5.1 – Valori di conducibilità termica per alcune sostanze e materiali di comune impiego nell'edilizia

SOSTANZA O MATERIALE	CONDUCIBILITÀ TERMICA λ [W/(m· K)]
gas a pressione atmosferica	0.007-0.173
aria	0.024
liquidi non metallici	0.17-0.69
acqua	0.554
materiali isolanti	0.03-0.17
laterizi	0.25-0.9
calcestruzzo normale	1.2-2.0
calcestruzzo alleggerito	0.2-0.8
legno	0.12-0.22
vetro	1.05
metalli	45-415
acciaio	45-73
alluminio	203
rame	387

La conducibilità termica varia in funzione della temperatura. Essa cresce con la temperatura per i gas e per i materiali isolanti: ad esempio, per l'aria il gradiente è di circa lo 0.5 % al grado. Per i metalli molto puri essa diminuisce, invece, con la temperatura; ad esempio, il rame a $-260\text{ }^{\circ}\text{C}$ raggiunge una conducibilità massima di oltre $20.000\text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$.

5.2 EQUAZIONE GENERALE DELLA CONDUZIONE

Coordinate rettangolari

Applicando il I Principio della Termodinamica a un cubetto elementare attraversato da flussi termici conduttivi si ottiene, nell'ipotesi di conducibilità termica costante nelle tre direzioni e in presenza di un flusso volumico generato q , l'equazione generale della conduzione (cfr. DIMOSTRAZIONE 1, anche per il significato dei simboli):

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{q_i}{\lambda} = \frac{\rho c}{\lambda} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad 5.2$$

o anche:

$$\nabla^2 T + \frac{q_i}{\lambda} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad 5.2'$$

dove ∇^2 è l'operatore di Laplace e α è la *diffusività termica*,

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho \cdot c}$$

La 5.11 è un'equazione differenziale alle derivate parziali integrabile soltanto in alcuni casi particolari, ai quali si tenta di ricondurre i problemi reali. Ad esempio, quando il corpo è costituito da una parete piana di grandi dimensioni rispetto allo spessore che separa due ambienti a temperatura diversa, il flusso termico può essere ragionevolmente considerato monodimensionale e ortogonale alla parete. In questo caso la 5.2 si riduce a:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{q_i}{\lambda} = \frac{\partial T}{\partial t}$$

In assenza di generazione interna si ottiene:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad 5.3$$

Nel caso di flusso stazionario ($\partial T/\partial t = 0$) e in assenza di generazione interna si ottiene:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = 0 \quad 5.4$$

Dimostrazione 1

Applicando il Primo Principio della Termodinamica in forma di potenza:

$$\sum \dot{Q} = \frac{\partial U}{\partial t}$$

ad un solido elementare di materia avente lati dx , dy e dz e conducibilità λ_x , λ_y , λ_z (fig. 5.1) attraversato da un flusso termico conduttivo tridimensionale e sede di un flusso termico generato internamente \dot{Q}_i , si avrà:

$$\dot{Q}_x + \dot{Q}_y + \dot{Q}_z + \dot{Q}_i = \dot{Q}_{x+dx} + \dot{Q}_{y+dy} + \dot{Q}_{z+dz} + \frac{\partial U}{\partial t}$$

Applicando la 5.1 si ottiene:

$$\dot{Q}_x = -\lambda_x \cdot dy \cdot dz \cdot \frac{\partial T}{\partial x}$$

$$\dot{Q}_y = -\lambda_y \cdot dx \cdot dz \cdot \frac{\partial T}{\partial y}$$

$$\dot{Q}_z = -\lambda_z \cdot dx \cdot dy \cdot \frac{\partial T}{\partial z}$$

Il flusso uscente lungo x sarà:

$$\dot{Q}_{x+dx} = \dot{Q}_x + \frac{\partial \dot{Q}}{\partial x} dx$$

e analogamente lungo y e z. La differenza fra i flussi termici sullo stesso asse dà:

$$\dot{Q}_{x+dx} - \dot{Q}_x = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx \cdot dy \cdot dz$$

$$\dot{Q}_{y+dy} - \dot{Q}_y = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) dx \cdot dy \cdot dz$$

$$\dot{Q}_{z+dz} - \dot{Q}_z = \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) dx \cdot dy \cdot dz$$

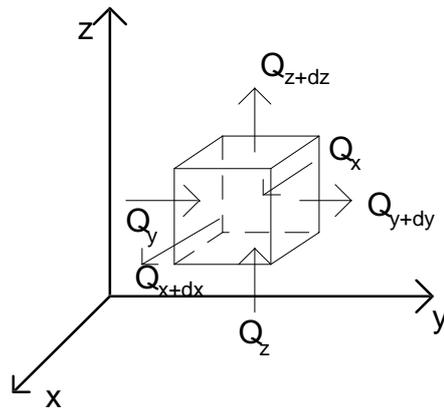


Fig. D.1 – Flussi di conduzione attraverso un solido elementare.

A sua volta la variazione di energia interna ed il flusso generato internamente possono essere espressi come:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \rho \cdot c \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\dot{Q}_i = q_i \cdot dx \cdot dy \cdot dz$$

dove:

ρ = massa volumica (kg/m³)

c = capacità termica massica (J/kg· K)

q_i = flusso generato per unità di volume (W/m³)

Si ottiene in questo modo l'equazione generale della conduzione:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q_i = \rho c \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{D.1}$$

Se la conducibilità termica è costante nelle tre direzioni si ottiene:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{q_i}{\lambda} = \frac{\rho c}{\lambda} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{D.2}$$

Coordinate cilindriche

Adottando un sistema di coordinate cilindriche (r, θ, z), con un procedimento simile a quello illustrato nella DIMOSTRAZIONE 1 l'equazione generale della conduzione diviene:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{q_i}{\lambda} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{5.5}$$

che si riduce, nel caso di flusso monodimensionale radiale, stazionario e senza generazione interna, a:

$$\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dT}{dr} = 0 \quad 5.6$$

5.3 CONDIZIONI AL CONTORNO E SCAMBIO TERMICO MISTO

La soluzione delle equazioni differenziali alle derivate parziali come le 5.2-5.6 permette di descrivere il campo termico all'interno di un corpo. Questo dipende tuttavia dalle condizioni termiche *al contorno* e, per i problemi che dipendono dal tempo, *iniziali*.

Per esempio, la 5.4 ha come soluzione generale:

$$T = a \cdot x + b$$

che indica come in una parete piana in regime stazionario il profilo di temperatura sia *lineare*. Tuttavia, il valore delle due costanti a e b può essere determinato soltanto se sono definite due condizioni *al contorno* (ovvero, sulle due facce della parete). La *condizione iniziale* specifica invece i valori di temperatura in ogni punto del sistema all'istante iniziale.

Esistono tre tipi di condizione al contorno, che verranno di seguito esemplificate per casi monodimensionali stazionari:

- 1° tipo - condizione di temperatura (o di Dirichlet)
- 2° tipo - condizione di flusso (o di Neumann)
- 3° tipo - condizione di temperatura e flusso (o di convezione)

Le *condizioni al contorno del 1° tipo* sono quelle in cui sul contorno del sistema in esame è imposto e noto il valore della temperatura. Ad esempio, per un caso monodimensionale:

$$T|_{x=x_1} = T_1 \quad 5.7$$

Le *condizioni al contorno del 2° tipo* sono quelle in cui sul contorno del sistema in esame è noto il valore assunto dal flusso termico. Ad esempio, per un caso monodimensionale:

$$\dot{Q}|_{x=x_1} = -\lambda \cdot A \cdot \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=x_1} = \dot{Q}_1 \quad 5.8$$

Una condizione al contorno in cui il termine noto sia nullo viene detta *omogenea*. Ad esempio su un piano di simmetria del sistema sarà nullo il gradiente di temperatura e dunque $\dot{Q}_1 = 0$.

Le *condizioni al contorno del 3° tipo* sono le più comuni. Esse prevedono che sul contorno del sistema siano fornite equazioni supplementari in cui compaiono sia la temperatura che il flusso termico:

$$\dot{Q}|_{x=x_1} = -\lambda \cdot A \cdot \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=x_1} = h \cdot A \cdot (T|_{x=x_1} - T_\infty) \quad 5.9$$

in cui T_∞ è la temperatura dell'ambiente (fluido e superfici) con cui viene scambiato calore per convezione e irraggiamento e h è il *coefficiente di scambio termico liminare o adduttanza superficiale*.

Per comprendere meglio il significato di h è necessario analizzare più nel dettaglio cioè che avviene all'interfaccia fra la superficie del corpo e l'ambiente. Il calore che proviene dall'interno del corpo per conduzione (\dot{Q}_k) è uguale alla somma di quello scambiato dalla superficie per convezione con il fluido (\dot{Q}_c) e per irraggiamento con le superfici circostanti (\dot{Q}_r), come indicato in figura 5.1.

$$\dot{Q}_k = \dot{Q}_c + \dot{Q}_r \quad 5.10$$

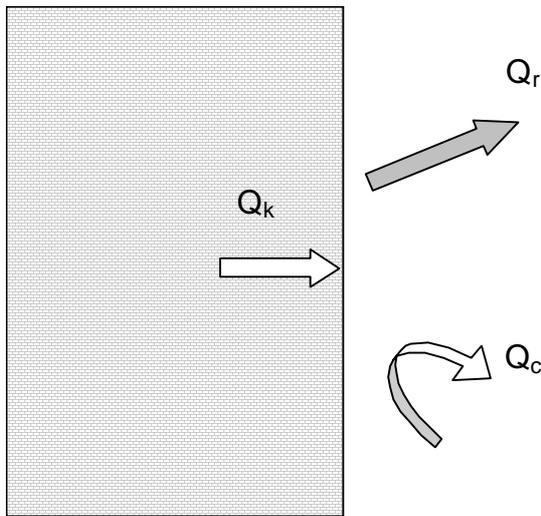


Fig. 5.1 – Equilibrio dei flussi alla parete.

È necessario dunque fornire alcune indicazioni preliminari sulle due forme con cui avviene lo scambio termico per irraggiamento e convezione. Una trattazione più dettagliata verrà fornita nei CAPITOLI 6 e 7.

Irraggiamento

L'irraggiamento è il trasferimento di calore per propagazione di onde elettromagnetiche. Questa avviene alla velocità della luce, sotto forma di «quanti» di energia che si propagano con leggi desumibili dalla teoria ondulatoria. Non vi è bisogno di un mezzo per consentire la propagazione delle onde elettromagnetiche: esse si propagano anche nel vuoto.

Nello scambio termico fra due corpi neri la potenza termica scambiata vale

$$\dot{Q} = A_1 \cdot F_{12} \cdot \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4) \quad 5.11$$

in cui σ è la *costante di Stefan-Boltzmann* e F_{12} rappresenta il *fattore di vista* fra la superficie 1 (di area A_1) e la superficie 2. La 5.11 mostra come la potenza termica emessa da un corpo sia funzione della quarta potenza della sua temperatura assoluta.

Una espressione analoga si può ricavare per la potenza termica scambiata fra due superfici grigie, cioè due superfici che emettono una frazione ϵ della potenza emessa a parità di altre condizioni dal corpo nero:

$$\dot{Q} = A_1 \cdot F_\epsilon \cdot \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4) \quad 5.12$$

in cui F_ϵ è un fattore che tiene conto sia del fattore di vista che delle emissività delle due superfici. Se le differenze di temperatura non sono troppo elevate si può linearizzare l'espressione precedente ponendo

$$h_r = 4F_\epsilon \cdot \sigma \cdot T_m^3 \quad 5.13$$

in cui T_m è la media aritmetica fra le due temperature e h_r è il *coefficiente di scambio termico liminare per irraggiamento*. Si ottiene immediatamente

$$\dot{Q}_r \approx h_r \cdot A_1 \cdot (T_1 - T_2) \quad 5.14$$

Convezione

È il meccanismo che regola la trasmissione del calore tra una superficie solida e un fluido. Si tratta di un meccanismo complesso in cui sono presenti diversi fenomeni (conduzione, irraggiamento, accumulo termico, trasporto di massa): le particelle di fluido adiacenti alla parete scambiano calore con quest'ultima per conduzione, poiché la velocità delle particelle stesse è nulla sulla superficie. Quando poi le particelle vengono trasportate verso regioni a temperatura diversa, esse si mescolano e trasferiscono la loro energia e quantità di moto alle particelle di queste regioni.

Si usa distinguere tra convezione *naturale* e *forzata*. Nel primo caso la causa del moto delle particelle fluide sono i gradienti di densità indotti nel fluido dalle differenze di temperatura, mentre nel secondo caso tale moto è provocato da una azione esterna. In entrambi i casi si è soliti calcolare il flusso scambiato fra parete e fluido per mezzo della seguente relazione (*Legge di Newton*):

$$\dot{Q} = h_c A (T_1 - T_f) \quad 5.15$$

in cui h_c è il *coefficiente di scambio termico liminare per convezione*, e T_f la temperatura del fluido adiacente alla parete. Nel caso di convezione forzata h_c dipende essenzialmente dalla velocità relativa fra fluido e parete, mentre in convezione naturale esso dipende da molti fattori, fra cui, come si vedrà, la differenza di temperatura stessa.

Scambio termico liminare

Una volta ricavate le equazioni 5.14 e 5.15, nel caso in cui la temperatura del fluido coincida praticamente con quella delle superfici «viste» dalla parete considerata ($T_2 \approx T_f$) e divenga perciò genericamente la *temperatura dell'ambiente* T_∞ , si può tornare all'equazione 5.9, che diviene:

$$\frac{\dot{Q}_k}{A} = -\lambda \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=x_1} = (h_c + h_r) \cdot (T_1 - T_\infty) = h \cdot (T_1 - T_\infty) \quad 5.16$$

dove il coefficiente di scambio termico liminare h è dato da:

$$h = h_c + h_r \quad 5.17$$

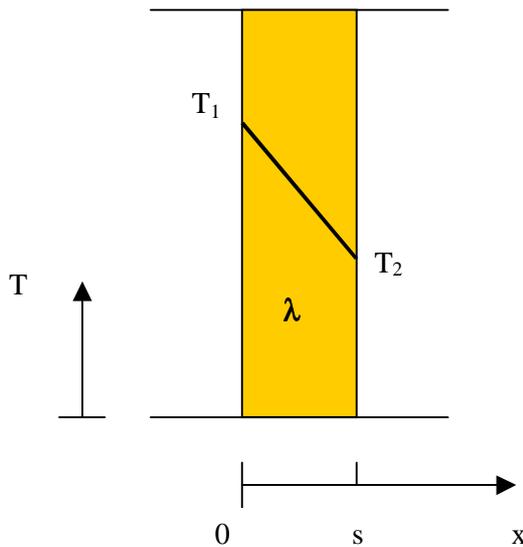
Talvolta l'inverso del coefficiente h viene detto *resistenza liminare*.

5.4 PARETE PIANA

In questo paragrafo si analizza l'andamento della temperatura attraverso una parete piana di spessore piccolo rispetto alle altre due dimensioni e si calcola il flusso termico che la attraversa nella direzione dello spessore. Le ipotesi ricorrenti in questa trattazione sono:

- regime stazionario
- geometria rettangolare
- flusso monodimensionale
- generazione interna nulla ($\dot{q}_i = 0$)

Parete piana monostrato con condizioni al contorno del 1° tipo



Si abbia una parete piana composta da un solo strato di spessore s e conducibilità termica λ ; sono inoltre imposte sulle due facce della parete *valori prefissati di temperatura*. Occorre integrare l'equazione differenziale 5.4 con le seguenti condizioni al contorno:

$$T(0) = T_1 \quad T(s) = T_2$$

Si ottiene l'andamento lineare:

$$T = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{s} \cdot x \quad 5.18$$

Fig. 5.2 – Parete piana monostrato.

Derivando la 5.18 e applicando la legge di Fourier si ottiene immediatamente il flusso trasmesso:

$$\dot{Q} = \lambda A \frac{T_1 - T_2}{s} \quad 5.19$$

Si osservi che la 5.20 poteva essere ottenuta direttamente dalla 5.1, che è in questo caso una equazione differenziale a variabili separabili, facilmente integrabile poiché \dot{Q} non è funzione di x^1 . La 5.19 viene spesso scritta come:

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{T_1 - T_2}{R} \quad 5.19'$$

o anche:

$$\frac{\dot{Q}}{A} = C \cdot (T_1 - T_2) \quad 5.19''$$

o infine:

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_2}{R'} \quad 5.19'''$$

dove:

R = resistenza termica dello strato = s/λ

C = conduttanza dello strato = $\lambda/s = 1/R$

R' = resistenza termica specifica dello strato = $s/(\lambda A) = R/A$

La 5.19''' mostra la perfetta analogia fra le leggi della conduzione (legge di Fourier) e quelle dell'elettromagnetismo (legge di Ohm):

$$I = \frac{\Delta V}{R} \Leftrightarrow \dot{Q} = \frac{\Delta T}{R'}$$

con le seguenti corrispondenze:

corrente elettrica (I)	\Leftrightarrow	flusso termico (\dot{Q})
differenza di potenziale (ΔV)	\Leftrightarrow	differenza di temperatura (ΔT)
resistenza elettrica (R)	\Leftrightarrow	resistenza termica specifica (R')

¹ Infatti, se il flusso entrante in uno strato fosse diverso da quello uscente, per il Primo Principio della Termodinamica l'energia interna e dunque la temperatura dello strato varierebbe nel tempo.

Parete piana multistrato con condizioni al contorno del 1° tipo

Sono note, come prima, le temperature sulle due facce estreme T_1 e T_{n+1} . Si scrive la 5.20 per ognuno degli n strati che costituiscono la parete (fig. 5.3).

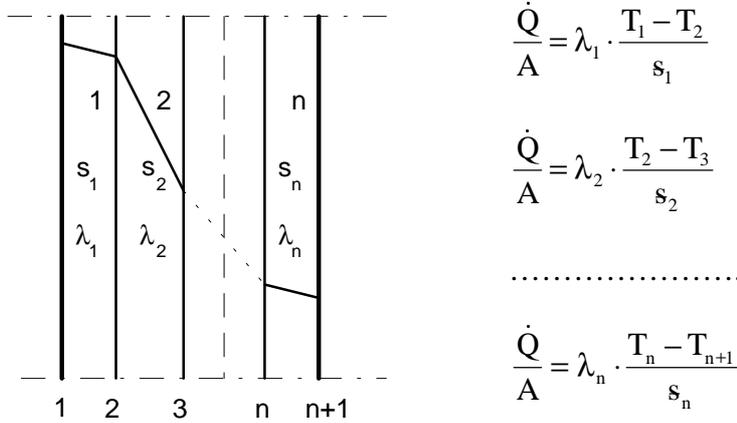


Fig. 5.3 – Parete multistrato.

Il flusso che attraversa i vari strati è sempre lo stesso, per l'ipotesi di stazionarietà. Per cui, mettendo in evidenza le n differenze di temperatura e sommando, si ottiene:

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{T_1 - T_{n+1}}{\sum_{j=1}^n \frac{s_j}{\lambda_j}} = \frac{T_1 - T_{n+1}}{\sum_{j=1}^n R_j} = C \cdot (T_1 - T_{n+1}) = \frac{T_1 - T_{n+1}}{R} \quad 5.20$$

essendo C la conduttanza, ed R la resistenza termica della parete multistrato:

$$R = \frac{1}{C} = \sum_{j=1}^n \frac{s_j}{\lambda_j} = \sum_{j=1}^n R_j$$

Allo stesso risultato si poteva giungere immediatamente considerando il circuito elettrico equivalente (fig. 5.4), costituito da n resistenze in serie con:

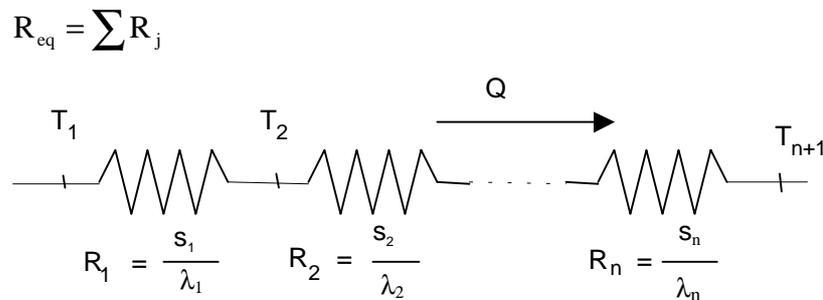


Fig. 5.4 – Analogo elettrico della parete multistrato di figura 5.3.

Pareti piane che separano ambienti a temperatura prefissata

In questo caso, assai frequente nella realtà, si considerano pareti che separano ambienti mantenuti a temperature diverse. Sono note le temperature dei due ambienti, ma non le temperature superficiali né i flussi. Le condizioni al contorno che si impongono sono dunque del 3° tipo, ovvero:

$$\left. \frac{\dot{Q}}{A} \right|_{x=0} = -\lambda \cdot \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} = h_i \cdot (T_i - T(0))$$

$$\left. \frac{\dot{Q}}{A} \right|_{x=s} = -\lambda \cdot \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=s} = h_e \cdot (T(s) - T_e)$$

dove h_i e h_e sono i coefficienti di scambio termico liminare e T_i e T_e le temperature (note) dei due ambienti separati dalla parete.

Si ha dunque, essendo il flusso costante in ogni strato e ricordando la 5.20:

$$\frac{\dot{Q}}{A} = h_i \cdot (T_i - T_1)$$

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{T_1 - T_{n+1}}{\sum_{j=1}^n \frac{s_j}{\lambda_j}}$$

$$\frac{\dot{Q}}{A} = h_e \cdot (T_{n+1} - T_e)$$

Sommando, come prima, le differenze di temperatura e semplificando si ottiene:

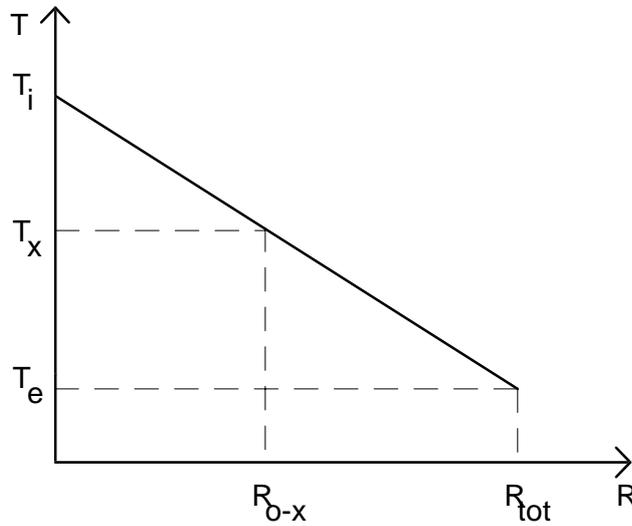
$$\frac{\dot{Q}}{A} \left(\frac{1}{h_i} + \sum_{j=1}^n \frac{s_j}{\lambda_j} + \frac{1}{h_e} \right) = T_i - T_e$$

da cui:

$$\frac{\dot{Q}}{A} = U \cdot (T_i - T_e) \quad 5.21$$

dove U è detta *trasmittanza termica* o coefficiente di scambio termico globale, data da:

$$U = \left(\frac{1}{h_i} + \sum_{j=1}^n \frac{s_j}{\lambda_j} + \frac{1}{h_e} \right)^{-1} \quad 5.22$$

Diagramma (T, R)**Fig. 5.5** – Diagramma (T, R).

La 5.19' mostra che in regime stazionario le differenze di temperatura sono proporzionali alle resistenze termiche e la costante di proporzionalità è proprio la densità di flusso termico:

$$\Delta T = (\dot{Q}/A) \cdot R_{\text{tot}} \quad 5.23$$

Riportando le temperature su un diagramma (T, R) con le condizioni al contorno (fig. 5.5):

$$T(0) = T_i$$

$$T(R_{\text{tot}}) = T_e$$

si ottiene una retta che consente di determinare la temperatura in una sezione qualsiasi (x) della struttura in funzione della generica resistenza termica R_{0-x} dall'aria interna alla sezione considerata.

5.5 PARETE CILINDRICA

Parete monostrato con condizioni al contorno del 1° tipo

Si abbia una parete cilindrica composta da un *solo* strato omogeneo di conducibilità termica λ (fig. 5.6).

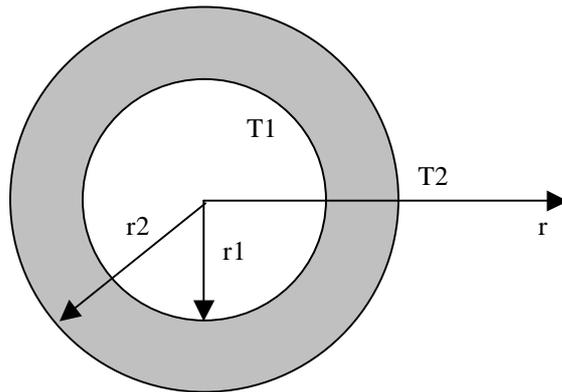


Fig. 5.6 – Parete cilindrica monostrato.

Valgono le seguenti ipotesi:

- regime stazionario
- assenza di generazione interna
- flusso monodimensionale (radiale).

Anche in questo caso è possibile ricavare direttamente il flusso ponendo nella 5.1 $x = r$ e $A = 2\pi rL$:

$$\frac{\dot{Q}}{2\pi rL} = -\lambda \cdot \frac{dT}{dr}$$

e integrando con le seguenti condizioni al contorno:

$$T(r_1) = T_1$$

$$T(r_2) = T_2$$

Si ottiene la potenza per unità di lunghezza:

$$\frac{\dot{Q}}{L} = 2\pi\lambda \frac{T_1 - T_2}{\ln(r_2 / r_1)} \quad 5.24$$

Alla stessa espressione si poteva giungere ricavando dalla 5.6 il profilo di temperatura e successivamente applicando la legge di Fourier.

In modo del tutto analogo a quanto visto per la parete piana multistrato, per una parete cilindrica formata da n strati concentrici si ottiene:

$$\frac{\dot{Q}}{L} = 2\pi \cdot \frac{T_1 - T_{n+1}}{\sum_{j=1}^n \frac{1}{\lambda_j} \ln \frac{r_{j+1}}{r_j}} \quad 5.25$$

Pareti cilindriche che separano fluidi a temperatura prefissata

Procedendo in modo analogo a quanto fatto per la parete piana multistrato si ottiene il flusso disperso per unità di lunghezza:

$$\frac{\dot{Q}}{L} = 2\pi \cdot \frac{T_i - T_e}{\frac{1}{r_i h_i} + \sum_{j=1}^n \frac{1}{\lambda_j} \ln \frac{r_{j+1}}{r_j} + \frac{1}{r_e h_e}} = U_L (T_i - T_e) \quad 5.26$$

Volendo esprimere il flusso disperso per unità di superficie, occorre distinguere il caso in cui ci si riferisce alla superficie interna:

$$\frac{\dot{Q}}{A_i} = \frac{T_i - T_e}{\frac{1}{h_i} + r_i \sum_{j=1}^n \frac{1}{\lambda_j} \ln \frac{r_{j+1}}{r_j} + \frac{r_i}{r_e h_e}} = U_i \cdot (T_i - T_e) \quad 5.27$$

da quello in cui ci si riferisce alla superficie esterna:

$$\frac{\dot{Q}}{A_e} = \frac{T_i - T_e}{\frac{r_e}{r_i h_i} + r_e \sum_{j=1}^n \frac{1}{\lambda_j} \ln \frac{r_{j+1}}{r_j} + \frac{1}{h_e}} = U_e \cdot (T_i - T_e) \quad 5.28$$

Dalle 5.26-5.28 si ricavano le espressioni delle trasmittanze U_L , U_i , U_e .

5.6 TRANSITORI TERMICI IN SISTEMI A CAPACITÀ TERMICA CONCENTRATA

Vengono detti sistemi *a capacità termica concentrata* quei corpi la cui temperatura può variare nel tempo, mantenendosi però *uniforme* (uguale in ogni punto). Si osservi peraltro che se il corpo scambia calore attraverso il suo contorno deve esistere un gradiente termico al suo interno, come si vede da un semplice bilancio su una superficie infinitesima del contorno dA :

$$h \cdot dA \cdot (T - T_{\infty}) = -\lambda \cdot dA \cdot \frac{\partial T}{\partial n}$$

dove:

h = coefficiente di scambio termico liminare

T = temperatura del corpo

T_{∞} = temperatura dell'ambiente

λ = conducibilità termica del corpo

n = normale alla superficie

Tuttavia il gradiente $\partial T/\partial n$ diviene molto piccolo se λ è grande rispetto ad h . In pratica esso può essere trascurato se vale la condizione:

$$Bi = \frac{h \cdot (V/A)}{\lambda} = \frac{h \cdot L}{\lambda} = \frac{L/\lambda}{1/h} = \frac{R_{int}}{R_{est}} < 0.1$$

dove Bi è il *numero di Biot* e V è il volume del corpo.

Se si introduce un corpo avente $Bi < 0.1$ e temperatura iniziale T_0 in un fluido a temperatura $T_{\infty} < T_0$ e capacità termica infinita (fig. 5.12) nel tempo dt si ha dunque, supponendo che il sistema sia nel complesso adiabatico:

$$dQ = -\rho c V \cdot dT = -C \cdot dT \quad 5.29$$

$$dQ = hA(T - T_{\infty}) \cdot dt \quad 5.30$$

dove:

ρ = densità

c = calore specifico

C = capacità termica

h = coefficiente di scambio termico liminare

A = area della superficie di scambio

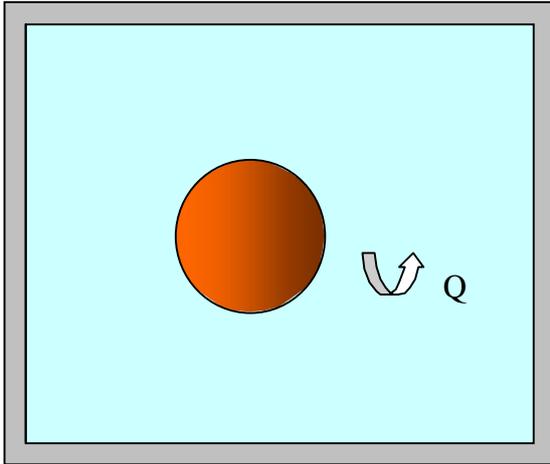


Fig. 5.7 – Corpo a capacità termica concentrata.

Introducendo la 5.30 nella 5.29 e risolvendo rispetto a T con la condizione iniziale:

$$T(0) = T_0$$

si ottiene:

$$T - T_\infty = (T_0 - T_\infty) \cdot e^{-h \cdot A \cdot t / C} \quad 5.31$$

L'andamento della differenza di temperatura è dunque esponenziale. La temperatura raggiunta dal corpo al tempo $t = \infty$ varrà ovviamente T_∞ . Il termine

$$\tau = \frac{C}{hA} = \frac{\rho c V}{hA}$$

è detto *costante di tempo del sistema* e rappresenta il tempo necessario perché la differenza di temperatura tra corpo e fluido si riduca del fattore $1/e$ (36.8 %). È possibile dimostrare che esso coincide inoltre con il tempo in cui la temperatura del corpo raggiungerebbe quella dell'ambiente se essa decadesse con legge lineare e con pendenza pari a quella assunta all'istante iniziale. Inoltre, tenendo presente che:

$$\frac{hA}{C} \cdot t = \frac{hL^2}{\rho c L^3} \cdot t \cdot \frac{\lambda}{\lambda} = \frac{hL}{\lambda} \cdot \frac{\alpha t}{L^2} = Bi \cdot Fo,$$

dove $Fo = \alpha t / L^2$ è il *numero di Fourier* (o tempo adimensionato) e L è la lunghezza caratteristica del corpo, si può scrivere:

$$\vartheta = e^{-Bi \cdot Fo}, \quad 5.32$$

in cui:

$$\vartheta = \frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty}$$

è la temperatura adimensionata del corpo. L'equazione 5.32 è illustrata in figura 5.8.

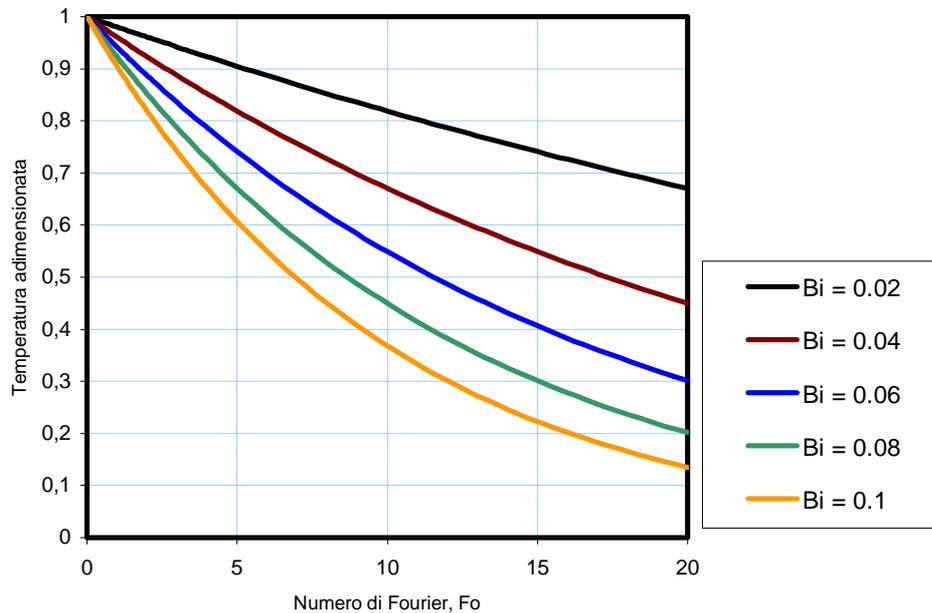


Fig. 5.8 – Transitorio termico in un sistema a capacità concentrata.

5.7 ALCUNI PROBLEMI PARTICOLARI

Temperatura sole-aria

Si vuole calcolare il flusso disperso attraverso una parete costituita da n strati che separa due ambienti a temperatura prefissata T_i e T_e e su cui incide un flusso termico radiativo di origine solare. Si tratta di un problema con condizioni al contorno del 3° tipo su entrambe le facce della parete:

$$\left. \frac{\dot{Q}}{A} \right|_{x=0} = h_i \cdot (T_i - T_1)$$

$$\left. \frac{\dot{Q}}{A} \right|_{x=s} = h_e \cdot (T_{n+1} - T_e) - \alpha \cdot I$$

dove α è il fattore di assorbimento della parete e I l'irradianza solare, espressa in W/m^2 . Si ricava, utilizzando la prima condizione al contorno, la differenza di temperatura fra l'aria interna e la superficie esterna:

Aggiungendo a questa equazione la seconda condizione al contorno si può scrivere:

$$\frac{\dot{Q}}{A} = U(T_i - T_e) - \frac{U \cdot \alpha I}{h_e} = U(T_i - T_{s,a})$$

avendo chiamato *temperatura sole-aria* la quantità:

$$T_{s,a} = T_e + \frac{\alpha I}{h_e} . \quad 5.33$$

Pareti piane composite

Si consideri la parete di figura 5.9, composta di due materiali diversi a e b (con $\lambda_a \neq \lambda_b$) separati da un piano parallelo alla direzione del flusso. Si supponga che le facce 1 e 2 siano mantenute alle stesse temperature T_1 e T_2 (condizioni al contorno del 1° tipo), con $T_1 > T_2$. Il profilo di temperatura è lo stesso ed il flusso termico attraverso le aree A_a e A_b vale rispettivamente:

$$\dot{Q}_a = \frac{\lambda_a}{s} A_a \Delta T = \frac{\Delta T}{R'_a}$$

$$\dot{Q}_b = \frac{\lambda_b}{s} A_b \Delta T = \frac{\Delta T}{R'_b}$$

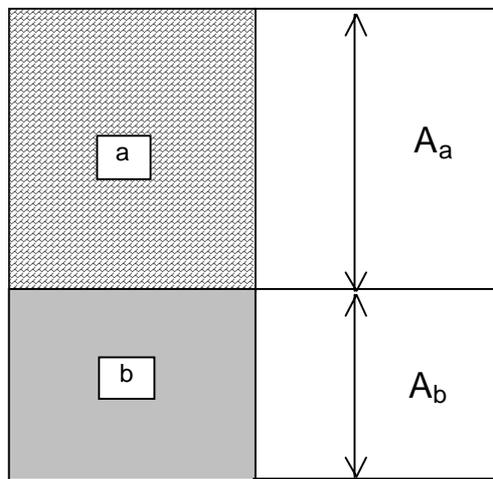


Fig. 5.9 – Parete piana composta.

Il flusso complessivamente uscente vale:

$$\dot{Q} = \dot{Q}_a + \dot{Q}_b = \Delta T \left(\frac{1}{R'_a} + \frac{1}{R'_b} \right)$$

Pertanto si ha:

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R'_{eq}} = C_{eq} \cdot (A_a + A_b) \Delta T$$

essendo:

$$R'_{eq} = \left(\frac{1}{R'_a} + \frac{1}{R'_b} \right)^{-1} \quad 5.34$$

la *resistenza equivalente* ($R'_{eq} < R'_b < R'_a$) e:

$$C_{eq} = \frac{A_a C_a + A_b C_b}{A_a + A_b} \quad 5.35$$

la *conduttanza equivalente* ($C_a < C_{eq} < C_b$) della parete.

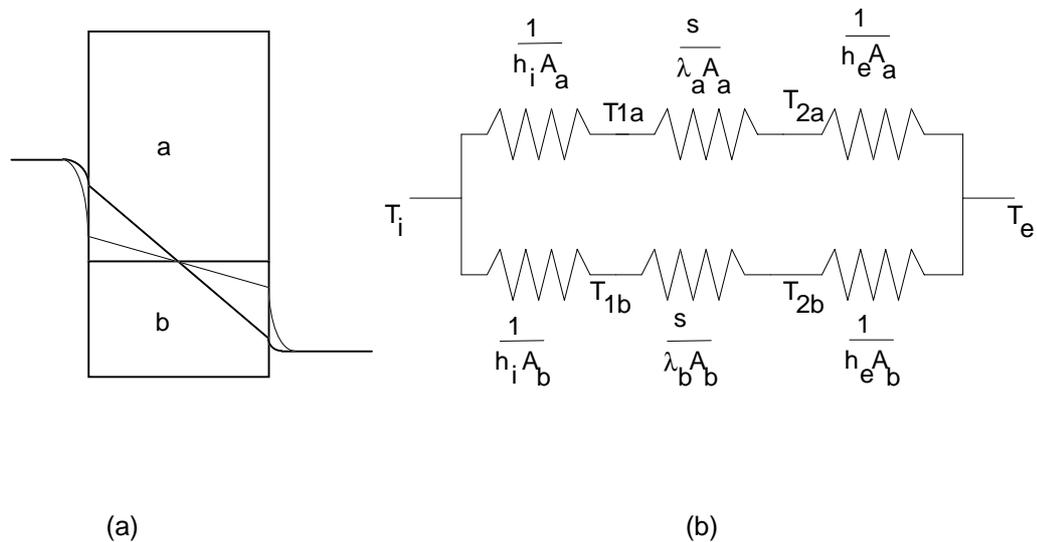


Fig. 5.10 – Andamento delle temperature e analogo elettrico in parete composita.

Se si impongono alla parete di figura 5.9 condizioni al contorno del 3° tipo (parete a contatto con fluidi a temperatura prefissata) si osserva (fig. 5.10a) che l'andamento di temperatura lungo la parete a (linea spessa) diviene diverso da quello lungo la parete b (linea sottile) e nascono differenze di temperatura anche in direzione y ortogonale allo spessore della parete. Il circuito elettrico equivalente è riportato in figura 5.10b.

Alette di raffreddamento

Le alette di raffreddamento sono dispositivi che consentono di incrementare il flusso termico disperso verso l'ambiente circostante attraverso l'aumento della superficie disperdente. Le alette possono essere piane, anulari o a spina. In

questo paragrafo si analizzerà il comportamento di alette piane a sezione rettangolare (fig. 5.11) con le seguenti ipotesi:

- regime stazionario
- caratteristiche di scambio termico (conducibilità, coefficiente di scambio termico liminare) indipendenti dalla temperatura
- assenza di gradienti termici in direzione trasversale all'aletta

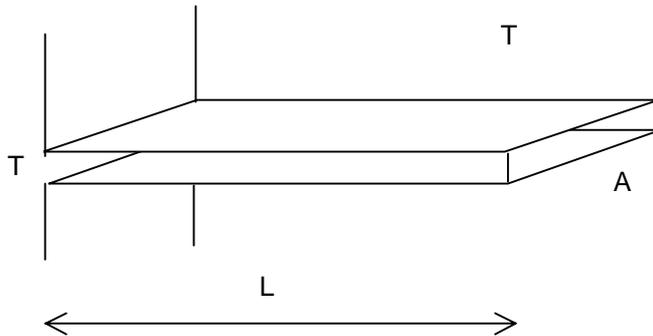


Fig. 5.11 – Aletta piana rettangolare.

L'ultima ipotesi implica che lo spessore dell'aletta sia molto piccolo rispetto alla sua lunghezza.

Se si considerano inoltre costanti per l'intera lunghezza L il perimetro p e l'area A della sezione trasversale, e trascurabile il flusso disperso dall'estremità dell'aletta si ottiene (vedi DIMOSTRAZIONE 2 anche per il significato degli altri simboli) il flusso disperso dall'aletta:

$$\dot{Q} = \lambda A m (T_0 - T_\infty) \cdot \tanh(mL) \quad 5.36$$

dove T_0 e T_∞ rappresentano rispettivamente la temperatura alla radice dell'aletta e dell'ambiente circostante. Si può poi introdurre il concetto di *efficienza dell'aletta*, intesa come il rapporto fra il flusso effettivamente disperso e quello massimo disperdibile. Quest'ultimo è il flusso che verrebbe disperso se tutta l'aletta avesse una temperatura uniforme e pari a T_0 :

$$\dot{Q}_{\max} = p \cdot L \cdot h \cdot (T_0 - T_\infty)$$

per cui:

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{\max}} = \frac{\tanh(mL)}{mL} < 1 \quad 5.37$$

In figura 5.12 è riportato l'andamento dell'efficienza ε al variare del prodotto (mL).

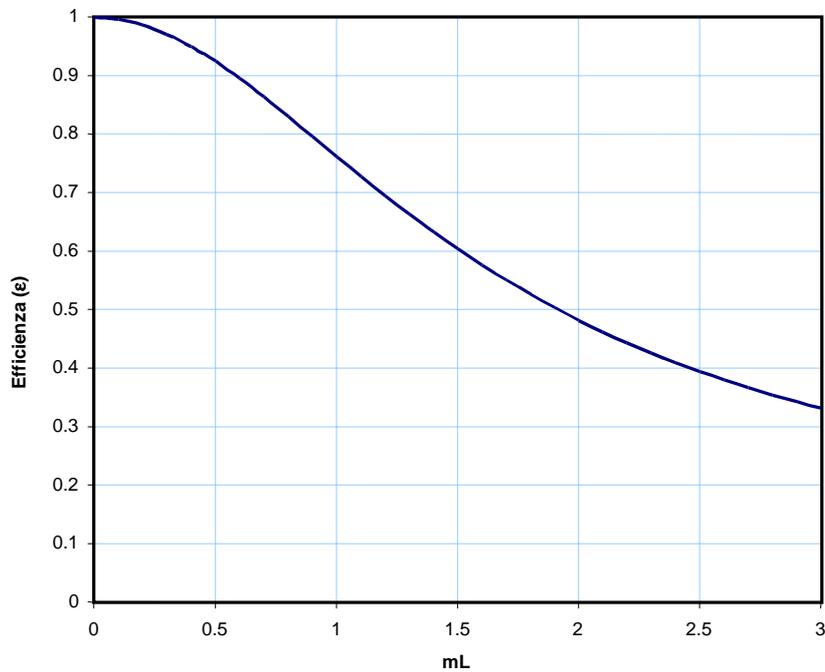


Fig. 5.12 – Efficienza di un'aletta.

Si può inoltre valutare un'altra forma di efficienza ε' , definita come il rapporto fra il flusso effettivamente disperso e quello che sarebbe disperso se non vi fosse l'aletta:

$$\dot{Q}_0 = h \cdot A \cdot \theta_0$$

per cui:

$$\varepsilon' = \frac{\lambda \cdot m \cdot \tanh(mL)}{h} = \frac{p \cdot L}{A} \cdot \varepsilon, \text{ in genere } \gg \varepsilon.$$

Dimostrazione 2

Con le ipotesi indicate a pag 90 il bilancio termico di un elementino di lunghezza dx (fig. D.1) dà:

$$\dot{Q}_x = \dot{Q}_{x+dx} + d\dot{Q}_c \quad \text{D.1}$$

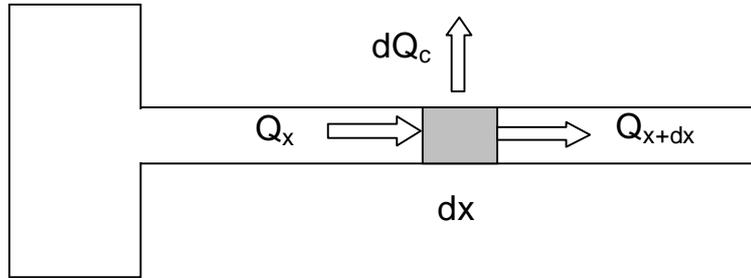


Fig. D.1 - Aletta piana rettangolare.

Essendo:

$$\dot{Q}_x = -\lambda A \cdot \frac{dT}{dx} \quad \text{D.2}$$

e

$$d\dot{Q}_c = hp \cdot (T - T_\infty) dx \quad \text{D.3}$$

in cui:

λ = conducibilità termica del materiale costituente l'aletta

A = area della sezione trasversale dell'aletta

h = coefficiente di scambio termico liminare

p = perimetro della sezione trasversale

T = temperatura dell'aletta (funzione di x)

T_∞ = temperatura dell'ambiente

La D1 diviene:

$$\lambda A \frac{d^2T}{dx^2} = hp(T - T_\infty) \quad \text{D.4}$$

Ponendo:

$$m^2 = \frac{hp}{\lambda A} \quad \text{D.5}$$

e

$$\theta = T - T_\infty \quad \text{D.6}$$

si ottiene:

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta = 0 \quad \text{D.7}$$

La D.7 ammette la soluzione generale:

$$\theta = M \cdot e^{-mx} + N \cdot e^{mx} \quad \text{D.8}$$

I valori delle costanti M ed N possono essere ricavati imponendo le opportune condizioni al contorno. In tal modo si ricava il profilo di temperatura lungo l'aletta. Da questo, integrando la D.3 su tutta l'aletta o ricavando il flusso disperso alla radice dell'aletta per mezzo della D.2 si ottiene il flusso disperso. Ad esempio, supponendo trascurabile il flusso disperso dall'estremità dell'aletta, il flusso disperso risulta:

$$\dot{Q} = \lambda Am\theta_0 \cdot \tanh(mL) \quad \text{D.9}$$

IRRAGGIAMENTO

L'irraggiamento termico è il fenomeno del trasporto di energia per propagazione di onde elettromagnetiche; nei problemi termici la radiazione elettromagnetica è caratterizzata da lunghezze d'onda comprese, in genere, tra 0.1 e 100 μm (*radiazione termica*).

Quando la radiazione incide su un mezzo materiale essa viene in parte riflessa, assorbita o trasmessa (fig. 6.1).

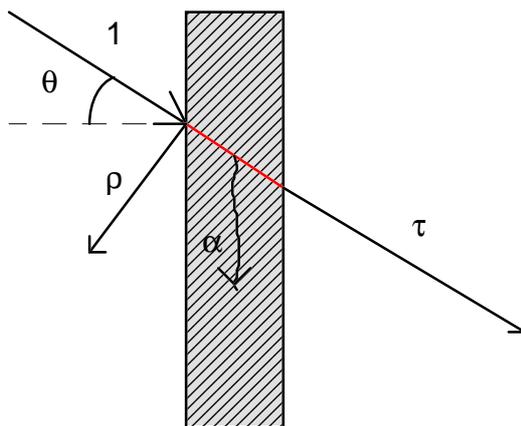


Fig. 6.1 – Interazione della radiazione con un mezzo materiale.

Se si indicano con α , ρ , τ le frazioni di energia assorbita, riflessa e trasmessa, note rispettivamente come *fattore o coefficiente di assorbimento*, *di riflessione* e *di trasmissione*, si deve avere:

$$\alpha + \rho + \tau = 1$$

6.1

I coefficienti α , ρ , τ possono essere funzione sia della lunghezza d'onda λ (in tal caso sono detti *spettrali* o *monocromatici*), sia dell'angolo d'incidenza della radiazione θ (*direzionali*). Quando i coefficienti radiativi sono riferiti alla radiazione proveniente da tutto lo spettro essi sono detti *integrali*, quando sono riferiti alla radiazione proveniente da tutto l'angolo solido sono detti *emisferici*. In ogni caso vale la 6.1.

Per mezzi opachi $\tau = 0$. Se, inoltre, $\rho = 0$ a tutte le lunghezze d'onda, si ha $\alpha = 1$ e il mezzo viene detto *corpo nero* o radiatore integrale, o ancora radiatore di Planck.

6.1 LEGGI DEL CORPO NERO

La potenza emessa per unità di superficie nell'intervallo di lunghezza d'onda $[\lambda, \lambda+d\lambda]$ dal corpo nero ad una temperatura T è detta *potere emissivo monocromatico* o *densità di flusso monocromatica*, definita come:

$$E_{\lambda}^n = \frac{\partial^2 \dot{Q}^n}{\partial A \cdot \partial \lambda}, \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \mu\text{m})$$

Il potere emissivo monocromatico è dato dall'espressione, nota come legge di Planck, ricavabile in base a considerazioni di termodinamica statistica applicata al «gas» di fotoni:

$$E_{\lambda}^n = \frac{C_1 \cdot \lambda^{-5}}{e^{C_2/\lambda T} - 1} \quad 6.2$$

dove le costanti valgono $C_1 = 3,74 \cdot 10^8 \text{ W} \cdot \mu\text{m}^4/\text{m}^2$ e $C_2 = 1,44 \cdot 10^4 \mu\text{m} \cdot \text{K}$.

Esso risulta funzione di λ e T , come indicato in figura 6.2.

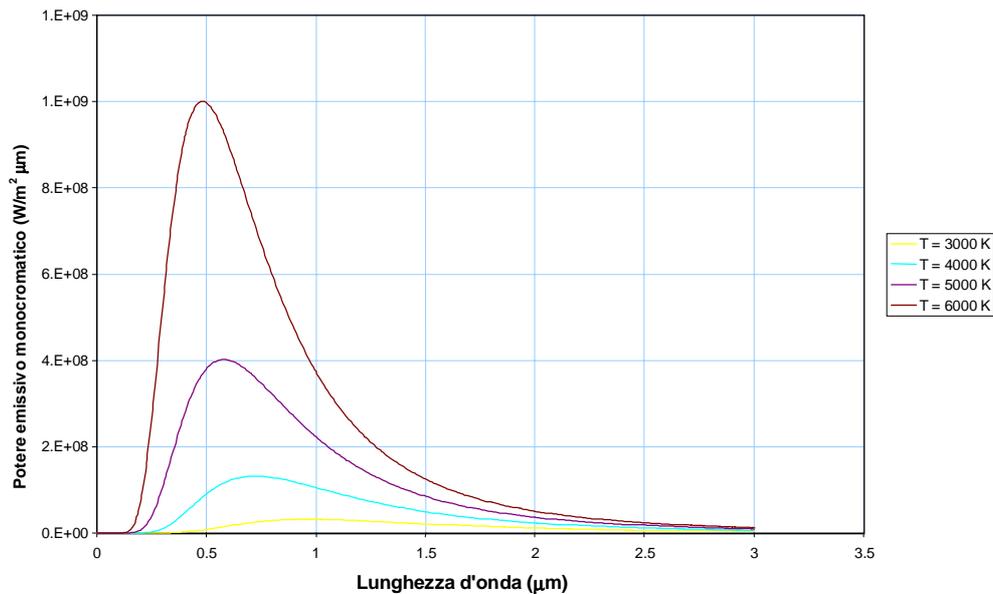


Fig. 6.2 – Potere emissivo monocromatico del corpo nero.

Da tale figura si osserva che il valore massimo del potere emissivo monocromatico cresce e si sposta verso sinistra al crescere di T. Differenziando la 6.2 rispetto alla lunghezza d'onda si vede che il luogo dei punti di massimo è caratterizzato dall'equazione (nota come *legge di Wien* o dello spostamento):

$$\lambda_{\max} \cdot T = C_3 \quad 6.3$$

con $C_3 = 2898 \mu\text{m} \cdot \text{K}$. La determinazione del *potere emissivo integrale o totale* (ovvero l'integrale rispetto alla lunghezza d'onda del potere emissivo monocromatico) si deve a Stefan, che la ricavò per via sperimentale, e a Boltzmann, che vi pervenne successivamente sulla base di considerazioni termodinamiche; per questo motivo l'equazione che la esprime è nota come *Legge di Stefan-Boltzmann*. Da un punto di vista cronologico essa precede la legge di Planck, dalla quale essa può essere tuttavia desunta per integrazione, fornendo:

$$E^n = \int_0^{\infty} E_{\lambda}^n \cdot d\lambda = \sigma \cdot T^4 \quad 6.4$$

con σ (*costante di Stefan-Boltzmann*), pari a $5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2\text{K}^4)$. In alcuni problemi può essere utile disporre di un metodo rapido per conoscere la frazione di radiazione emessa dal corpo nero che si trova contenuta in una determinata porzione dello spettro. Ciò è possibile introducendo il concetto di *fattore di radiazione* f_{λ} :

$$f_{\lambda} = \frac{\int_0^{\lambda} E_{\lambda}^n \cdot d\lambda}{\sigma \cdot T^4} \quad 6.5$$

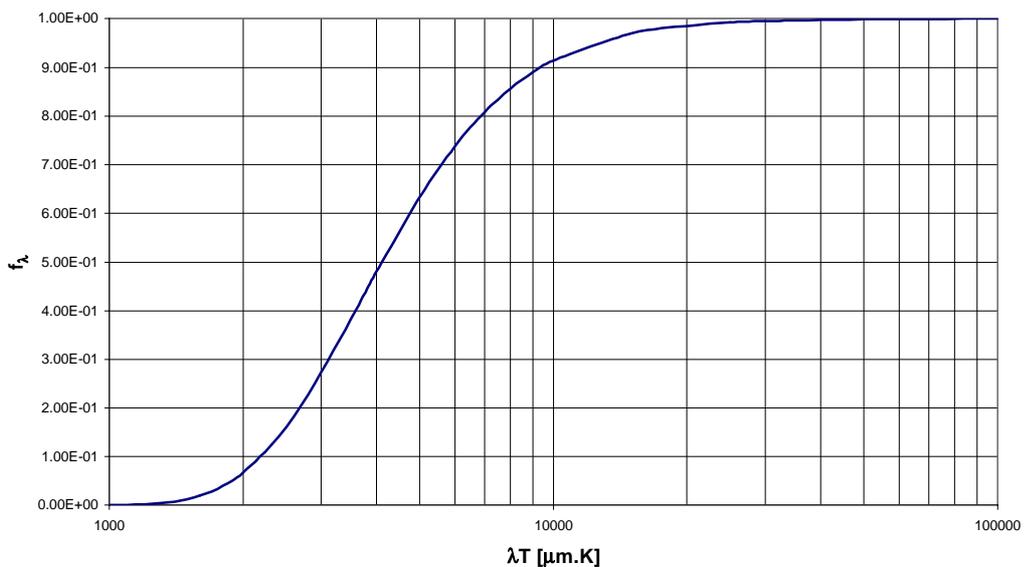


Fig. 6.3 – Fattore di radiazione.

Si dimostra che il valore di f_λ , (fig. 6.3) è funzione soltanto del prodotto λT . A titolo di esempio, se si vuole calcolare la frazione di radiazione visibile ($0.4 < \lambda < 0.8 \mu\text{m}$) emessa dal Sole, che può essere assimilato ad un corpo nero a circa 6000 K è sufficiente svolgere il seguente calcolo:

$$f_{\text{vis}} = f(0.8 \cdot 6000) - f(0.4 \cdot 6000) \approx 0.61 - 0.14 = 0.47$$

Il 14 % sarà pertanto radiazione ultravioletta e il 39 % infrarossa.

6.2 CARATTERISTICHE RADIATIVE DELLE SUPERFICI REALI

In un corpo opaco reale il fattore di riflessione è sempre diverso da zero, quindi il fattore di assorbimento è minore di uno. Anche il potere emissivo monocromatico, in un corpo reale, è una frazione, variabile con la lunghezza d'onda, del potere emissivo monocromatico del corpo nero E_λ^n , alla stessa temperatura T. Questa frazione è detta *fattore di emissione monocromatico emisferico*:

$$\varepsilon_\lambda = \frac{E_\lambda(T)}{E_\lambda^n(T)}$$

dove $E_\lambda(T)$ è il potere emissivo monocromatico del corpo.

La *legge di Kirchhoff* stabilisce che, quando un corpo è in equilibrio termico, si deve avere:

$$\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda \quad 6.4$$

Il fattore di emissione emisferico integrale è dato da:

$$\varepsilon = \frac{E(T)}{E^n(T)} = \frac{E(T)}{\sigma \cdot T^4}$$

in cui:

$$E(T) = \int_0^\infty \varepsilon_\lambda \cdot E_\lambda^n \cdot d\lambda$$

Si definiscono *grigie* le superfici in cui il fattore di emissione non dipende dalla lunghezza d'onda. In questo caso si ha:

$$\varepsilon = \alpha$$

6.3 SCAMBIO TERMICO PER IRRAGGIAMENTO FRA CORPI NERI

Irraggiamento fra due superfici nere

Per ricavare il flusso termico scambiato per irraggiamento fra due superfici nere è necessario definire il *fattore di vista* (o *di forma*, o ancora *di configurazione*). Il fattore di vista dalla superficie 1 alla superficie 2 (F_{12}) rappresenta la frazione di radiazione uscente dalla superficie 1 che raggiunge la superficie 2. Ovvero:

$$F_{12} = \frac{\dot{Q}_{12}}{\dot{Q}_1} \quad 6.7$$

E dunque:

$$\dot{Q}_{12} = E_1^n A_1 F_{12} \text{ è il flusso che da } A_1 \text{ raggiunge } A_2$$

$$\dot{Q}_{21} = E_2^n A_2 F_{21} \text{ è il flusso che da } A_2 \text{ raggiunge } A_1$$

Il flusso netto scambiato vale:

$$\dot{Q} = E_1^n A_1 F_{12} - E_2^n A_2 F_{21} \quad 6.8$$

Un caso particolare della 6.8 è quello in cui $T_1 = T_2$. In questo caso $E_1^n = E_2^n$, ma deve anche essere $\dot{Q} = 0$. Perciò:

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21} \quad 6.9$$

La 6.9 è una relazione puramente geometrica e pertanto deve valere sempre, indipendentemente dai valori assunti dalle temperature. Essa è nota come *teorema o relazione di reciprocità*. Lo scambio netto vale pertanto:

$$\dot{Q} = A_1 F_{12} (E_1^n - E_2^n) = \sigma A_1 F_{12} (T_1^4 - T_2^4) \quad 6.10$$

in cui il fattore di vista è dato da:

$$F_{12} = \frac{1}{A_1} \cdot \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos\beta_1 \cdot \cos\beta_2 \cdot dA_1 dA_2}{\pi \cdot r^2} \quad 6.11$$

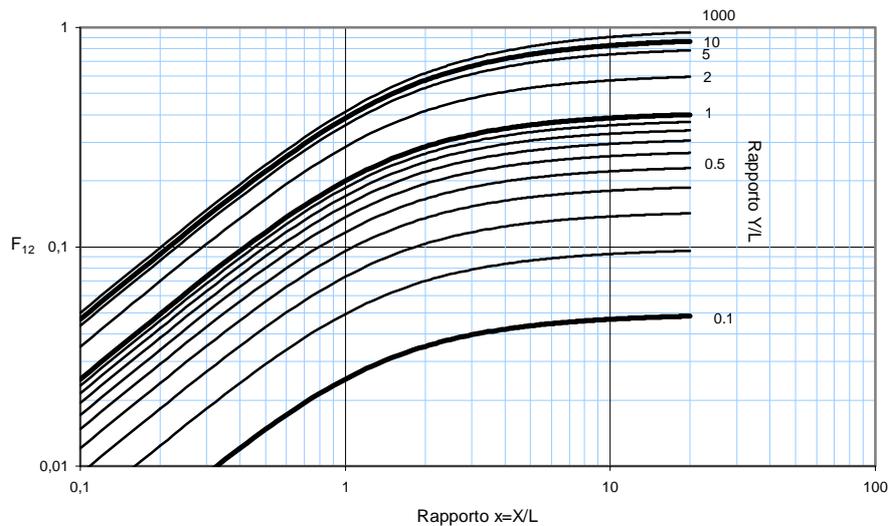


Fig. 6.4 – Fattore di vista fra due rettangoli uguali ($X \times Y$), allineati e paralleli a distanza L .

ed è riportato nella figura 6.4, a titolo d'esempio, per due superfici rettangolari affacciate.

Irraggiamento fra n superfici nere

Nel caso in cui si debba valutare il flusso termico scambiato per irraggiamento fra n superfici nere il flusso netto uscente dalla superficie i -esima varrà:

$$\dot{Q}_i = E_i^n A_i - \sum_{j=1}^n A_j F_{ji} E_j^n$$

che, utilizzando il teorema di reciprocità ($A_j F_{ji} = A_i F_{ij}$) si riscrive come:

$$\dot{Q}_i = A_i \cdot \left(E_i^n - \sum_{j=1}^n F_{ij} E_j^n \right) \quad 6.12$$

Inoltre, se le n superfici nere costituiscono una *cavità chiusa*, vale la seguente proprietà:

$$\sum_{j=1}^n F_{ij} = 1$$

per cui la (6.13) può essere riscritta così:

$$\dot{Q}_i = A_i \cdot \sum_{j=1}^n F_{ij} \cdot (E_i^n - E_j^n) \quad 6.13$$

Essendo note le temperature di tutte le n superfici, le n equazioni come la 6.13 permettono di calcolare immediatamente il flusso netto uscente dalle n superfici.

Essendo note le temperature di tutte le n superfici, le n equazioni come la 6.13 permettono di calcolare immediatamente il flusso netto uscente dalle n superfici.

6.4 SCAMBIO TERMICO PER IRRAGGIAMENTO FRA SUPERFICI GRIGIE

Lo scambio termico fra superfici grigie presenta qualche ulteriore complessità rispetto a quello fra superfici nere. Infatti, poichè non tutto il flusso incidente su una superficie viene assorbito, una parte di quello riflesso tornerà sulla superficie da cui proviene il flusso incidente e verrà solo in parte assorbito, e così via.

Si dimostra che il flusso termico scambiato fra due superfici grigie vale:

$$\dot{Q} = \frac{\sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 \cdot A_1} + \frac{1}{A_1 \cdot F_{12}} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 \cdot A_2}} = F_\varepsilon \sigma A_1 \cdot (T_1^4 - T_2^4) \quad 6.14$$

avendo posto:

$$F_\varepsilon = \left(\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{F_{12}} + \frac{A_1}{A_2} \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \right)^{-1} \quad 6.15$$

È facile dimostrare che per i corpi neri $F_\varepsilon = F_{12}$ e la 6.14 si riduce alla 6.10.

Valori di F_ε per alcune geometrie particolari

Per due *superfici piane, parallele e infinite* si avrà $A_1 = A_2$ e $F_{12} = F_{21} = 1$, e la 6.15 diverrà:

$$F_\varepsilon = \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)^{-1} \quad 6.16$$

Per una superficie di area A_1 *contenuta in una cavità* di area $A_2 \gg A_1$, essendo $F_{12}=1$, la (6.15) diviene semplicemente:

$$F_\varepsilon = \varepsilon_1 \quad 6.17$$

Linearizzazione del flusso di irraggiamento

Come già visto nel CAPITOLO 5.3, nella soluzione analitica di problemi di irraggiamento è spesso conveniente esprimere i flussi termici scambiati come funzione lineare della differenza di temperatura:

$$\dot{Q} = h_r \cdot A_1 \cdot (T_1 - T_2)$$

Questa relazione può essere agevolmente desunta dalla 6.14, attraverso le proprietà dei prodotti notevoli:

$$Q = F_\varepsilon \cdot \sigma \cdot A_1 \cdot (T_1^4 - T_2^4) = F_\varepsilon \cdot \sigma \cdot A_1 \cdot (T_1^2 + T_2^2) \cdot (T_1 - T_2) \cdot (T_1 + T_2)$$

e ponendo:

$$h_r = F_\varepsilon \cdot \sigma \cdot (T_1^2 + T_2^2) \cdot (T_1 + T_2) \approx 4 \cdot F_\varepsilon \cdot \sigma \cdot T_m^3 \quad 6.18$$

con $T_m = (T_1 + T_2)/2$.

È possibile dimostrare che l'approssimazione insita nella 6.18

$$T_1^2 + T_2^2 \approx 2T_m^2$$

è tanto più accettabile quanto più prossime fra loro sono le temperature T_1 e T_2 .

CAPITOLO 7

CONVEZIONE

7.1 GENERALITÀ

La convezione è lo scambio di calore fra una superficie ed un fluido, a temperatura diversa, che la lambisce. I fenomeni di scambio termico sono concentrati in uno strato adiacente alla parete e consistono nell'interazione fra conduzione (e in minor misura irraggiamento) e trasporto di energia associata al fluido in moto (in direzione anche diversa da quella principale del moto).

A seconda che il moto relativo fra parete e fluido sia determinato da forze esterne o sia provocato da variazioni di densità del fluido (dovute a loro volta a differenze di temperatura) in presenza di un campo di forze di massa, la convezione si dice rispettivamente *forzata o naturale*.

Nel caso della convezione forzata, se le proprietà del fluido possono essere considerate costanti (il che implica che esse siano indipendenti dalla temperatura e che, nel caso di un gas, siano trascurabili le variazioni di pressione), il problema fluidodinamico e quello termico non si influenzano a vicenda e possono essere dunque affrontati separatamente.

Al contrario, nella convezione naturale questa separazione della trattazione non è mai possibile perché il moto del fluido è proprio determinato dai gradienti di temperatura all'interno della massa fluida.

In entrambi i casi, di convezione forzata o naturale, è consuetudine esprimere il flusso termico convettivo attraverso l'espressione nota come *legge di Newton*:

$$\dot{Q} = h_c A (T_s - T_f) \quad 7.1$$

dove:

A = area di scambio, m^2

h_c = coefficiente di scambio termico laminare convettivo o adduttanza superficiale, $W/(m^2K)$

T_s = temperatura della superficie lambita dal fluido, $^{\circ}C$

T_f = temperatura del fluido $^{\circ}C$

La 7.1 è solo apparentemente una relazione lineare, perché il coefficiente di scambio termico laminare h_c dipende, per la natura stessa del fenomeno fisico, da un grande numero di variabili, tra cui compare, insieme alle proprietà termofisiche del fluido (calore specifico, densità, viscosità, conducibilità termica, etc.), e ad altre grandezze fisiche e geometriche che caratterizzano il problema (velocità relativa, forma della superficie, etc.), anche la temperatura.

L'obiettivo degli studi sulla convezione è appunto quello di determinare h_c . È possibile affrontare il problema dal punto di vista sperimentale o teorico.

Nel primo caso è opportuno far precedere la fase sperimentale da una analisi dimensionale delle grandezze da cui dipende il problema (*teorema di Buckingham* o *teorema II*), che consenta di ridurre il numero di variabili. Questo procedimento, che richiede l'identificazione a priori di tutte le variabili, consente di giungere a relazioni (nel caso più semplice monomie) fra un ristretto numero di parametri adimensionali. Gli esponenti e i coefficienti di queste relazioni vengono poi determinati per via sperimentale.

Nel caso in cui il problema venga affrontato dal punto di vista puramente teorico, il fluido viene in genere considerato come un mezzo continuo al quale è possibile applicare le equazioni di conservazione della massa (continuità), della quantità di moto (equazioni di Navier-Stokes) e dell'energia. La soluzione esatta di queste equazioni presenta difficoltà matematiche insormontabili. Attraverso l'introduzione del concetto di *strato limite* (PARAGRAFO 7.3) è possibile semplificare notevolmente sia le equazioni di Navier-Stokes che dell'energia, giungendo a soluzioni esatte per configurazioni particolarmente semplici e per strato limite laminare.

Lo strato limite può anche essere esaminato su scala macroscopica applicando le stesse equazioni di conservazione a una porzione finita di fluido (*metodi integrali*) e ottenendo in tal modo soluzioni approssimate, ma spesso ancora accettabili nei problemi di ingegneria. In questo caso il problema può essere risolto anche per strato limite turbolento.

In quest'ultimo caso un procedimento matematico spesso adottato per risolvere questo tipo di problemi consiste nello stabilire delle analogie fra trasporto di calore e di quantità di moto (*analogia di Reynolds*).

Nel seguito sono sinteticamente riportati alcuni richiami, necessariamente sintetici, di moto dei fluidi.

7.2 REGIME DI MOTO E VISCOSITÀ

Si deve a Reynolds (1883) la prima osservazione dell'esistenza di due tipi fondamentali di moto dei fluidi, il *moto laminare* e quello *turbolento*. Il ben noto esperimento da lui realizzato gli consentì di visualizzare (attraverso l'iniezione di un liquido colorante) il flusso d'acqua in un condotto, al variare della velocità. Per piccole velocità la traccia di colorante rimane continua e ben definita; l'assenza di miscelamento di particelle di fluido evidenzia un campo di moto puramente assiale, e il moto viene detto *laminare*.

All'aumentare della velocità la traccia del colorante tende a sfilacciarsi fino a diffondersi su tutta la sezione del condotto; il rimescolamento delle particelle di fluido evidenzia la presenza di fluttuazioni di velocità sia in direzione parallela che perpendicolare alla direzione del moto, e il moto viene detto *turbolento*.

Per flusso turbolento, anche se il regime di moto è stazionario le proprietà del fluido in un punto (velocità, pressione, temperatura, etc.) variano dunque nel tempo. Si tratta, tuttavia, di variazioni a valor medio temporale nullo. Perciò è sufficiente sostituire ai valori istantanei delle proprietà i loro valori medi, esprimendo le componenti fluttuanti attraverso il loro valore quadratico medio.

Quando gli strati di fluido scorrono uno sopra l'altro sono sottoposti a sforzi tangenziali che sono bilanciati dagli effetti dissipativi interni al fluido, provocati dalla sua *viscosità*. Come conseguenza di ciò si osserva sperimentalmente la presenza di un gradiente di velocità in direzione trasversale al moto. In un *fluido newtoniano* gli sforzi tangenziali sono proporzionali in modo lineare al gradiente di velocità, e la costante di proporzionalità è detta *viscosità dinamica* (μ):

$$\tau = \mu \cdot \frac{du}{dy} \quad 7.2$$

dove u è la velocità nella direzione principale del moto e y è la direzione perpendicolare alla superficie su cui scorre il fluido.

Ripetendo l'esperimento di Reynolds con fluidi aventi proprietà fisiche (viscosità, densità) e velocità diverse e in condotti aventi diametro diverso si osserva che la transizione dal moto laminare a quello turbolento si verifica sempre in corrispondenza di uno stesso valore (2000-2500) di un insieme adimensionato di variabili, detto *numero di Reynolds*, definito da:

$$Re = \frac{\rho \cdot u \cdot D}{\mu} = \frac{u \cdot D}{\nu} \quad 7.3$$

dove ν è la *viscosità cinematica*. Per $Re < 2000$ il moto sarà dunque laminare e per $Re > 2500$ sarà turbolento, qualunque siano i valori assunti singolarmente dalle varie grandezze.

Un altro parametro particolarmente importante nello studio della convezione è il *numero di Prandtl*, definito come:

$$Pr = \frac{\mu \cdot c_p}{\lambda} = \frac{\nu}{\alpha} \quad 7.4$$

in cui $\alpha = \lambda / \rho \cdot c_p$ è la diffusività termica, definita nel CAPITOLO 5.

Esiste una analogia fra trasporto di massa e di calore in un campo di pressioni costanti, evidenziata formalmente dal fatto che per $Pr \approx 1$ ($\nu = \alpha$) la distribuzione adimensionale della temperatura è identica a quella delle velocità. In effetti per la maggior parte dei gas Pr è compreso fra 0.6 ed 1, mentre per i liquidi le variazioni sono assai più sensibili.

7.3 CONCETTO DI STRATO LIMITE

Una notevole semplificazione del problema la si ottiene introducendo il concetto di *strato limite*. Tale concetto fu introdotto da Prandtl nel 1904 per studiare il moto di un fluido adiacente ad una parete. Egli osservò che, ad una adeguata distanza dalla parete, il moto del fluido non è più influenzato dalla presenza della parete e definì perciò *strato limite della velocità* quella regione di fluido, adiacente alla parete, in cui, a causa degli sforzi viscosi, esistono degli apprezzabili gradienti di velocità. Detta x la direzione principale del moto ed u la componente di velocità lungo x , lo spessore $\delta(x)$ dello strato limite dinamico viene determinato imponendo che $u(x, \delta)$ non differisca dalla velocità nella regione indisturbata u_∞ per più dell'1%.

Analogamente, esiste uno *strato limite termico* in cui la temperatura varia da T_s (temperatura della parete) a T_∞ (temperatura del fluido nella regione indisturbata). La regione di fluido non compresa nello strato limite termico si comporta dunque come un «pozzo» termico, in grado di assorbire il calore proveniente dallo strato limite senza modificare la propria temperatura.

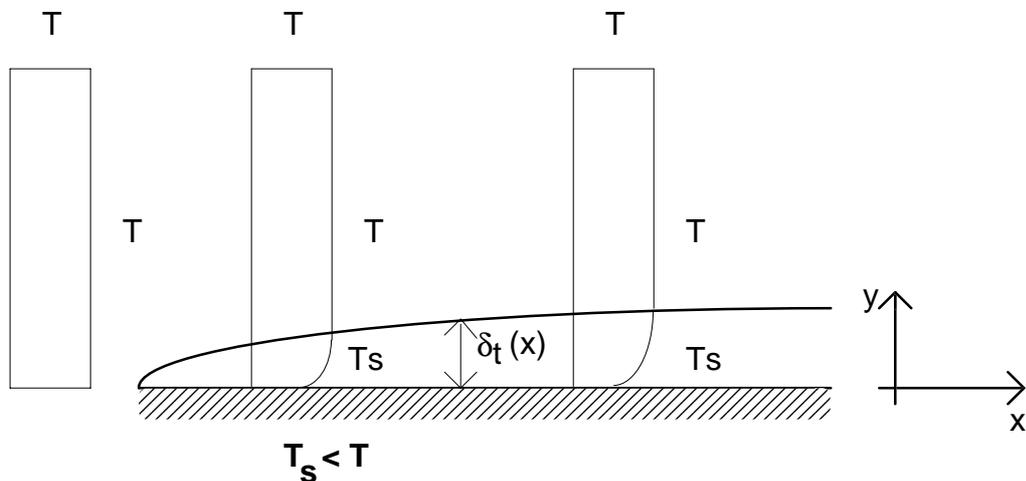


Fig 7.1 – Strato limite termico su una lastra piana.

Anche in questo caso, lo spessore δ_t dello strato limite termico viene determinato imponendo che la differenza di temperatura $|T(x, \delta_t) - T_s|$ sia pari al 99% della differenza di temperatura fra fluido nella zona indisturbata e parete $|T_\infty - T_s|$ (fig. 7.1).

Se si rapporta il flusso termico scambiato per convezione attraverso lo strato limite:

$$\dot{Q}_c = h_c A (T_s - T_f)$$

con quello che sarebbe scambiato per pura conduzione attraverso lo strato limite:

$$\dot{Q}_k = \frac{\lambda}{\delta_t} (T_s - T_f)$$

in cui λ è la conducibilità termica del fluido, si ottiene:

$$\dot{Q}_c / \dot{Q}_k = \frac{h \delta_t}{\lambda}$$

Se al posto dello spessore dello strato limite si riporta nell'espressione precedente la generica lunghezza caratteristica L , si ottiene l'espressione del *numero di Nusselt*:

$$Nu = \frac{hL}{\lambda} \quad 7.5$$

7.4 ANALISI DIMENSIONALE PER LA CONVEZIONE FORZATA

L'esperienza insegna che il coefficiente di scambio termico per convezione forzata dipende dalle seguenti variabili indipendenti:

$$h_c = f(u, \mu, \lambda, L, \rho, c_p) \quad 7.6$$

dove:

u = velocità

μ = viscosità dinamica

λ = conducibilità termica

L = lunghezza caratteristica del problema (es.: diametro)

ρ = massa volumica

c_p = calore specifico

Si hanno dunque 7 variabili (6 indipendenti) che dimensionalmente possono essere espresse attraverso le 4 dimensioni fondamentali M, L, T, Θ (massa, lunghezza, tempo e temperatura). Il teorema di Buckingham afferma che:

una relazione fra n variabili dipendenti ed indipendenti funzione di m dimensioni fondamentali può essere espressa attraverso una funzione fra $(n-m)$ *gruppi adimensionati*.

La 7.6 darà dunque luogo ad una funzione di $7 - 4 = 3$ gruppi adimensionati:

$$f_1(\pi_1, \pi_2, \pi_3) = 0$$

Si ipotizza una funzione monomia del tipo:

$$h_c = A \cdot u^a \cdot \mu^b \cdot \lambda^c \cdot L^d \cdot \rho^m \cdot c_p^n \quad 7.7$$

Essendo note le equazioni dimensionali delle 7 grandezze (tabella 7.1), si scrivono poi le equazioni di congruenza dimensionale per le 4 dimensioni fondamentali.

Massa	M:	$1 = b + c + m$	}	7.8
Lunghezza	L:	$0 = a - b + c + d - 3m + 2n$		
Tempo	t:	$-3 = -a - b - 3c - 2n$		
Temperatura	Θ:	$-1 = -c - n$		

Tab. 7.1 – Equazioni dimensionali per le variabili del problema

GRANDEZZA	UNITÀ DI MISURA S.I.	UNITA FOND. S.I.	EQUAZIONE DIMENSIONALE			
			M	L	T	Θ
h_c	W/(m ² ·K)	kg/(s ³ ·K)	1	0	-3	-1
u	m/s	m/s	0	1	-1	0
μ	N·s/m ²	kg/(s·m)	1	-1	-1	0
λ	W/(m·K)	kgm/(s ³ ·K)	1	1	-3	-1
D	m	m	0	1	0	0
ρ	kg/m ³	kg/m ³	1	-3	0	0
c_p	J/(kg·K)	m ² /(s ² ·K)	0	2	-2	-1

Il sistema 7.8 è di 4 equazioni in 6 incognite. Esprimendo a, b, c, d in funzione di m, n si ottiene:

$$a = m$$

$$b = n - m$$

$$c = 1 - n$$

$$d = m - 1$$

Sostituendo nella 7.9 e raccogliendo i termini con uguale esponente si ottiene:

$$h_c = A \cdot u^m \cdot \mu^{n-m} \cdot \lambda^{1-n} \cdot L^{m-1} \cdot \rho^m \cdot c_p^n = A \left(\frac{\rho \cdot u \cdot D}{\mu} \right)^m \left(\frac{\mu \cdot c_p}{\lambda} \right)^n \frac{\lambda}{L}$$

da cui:

$$Nu = A \cdot Re^m \cdot Pr^n \quad 7.9$$

È opportuno sottolineare come nella 7.9 si sia giunti a sole due variabili indipendenti (Re e Pr), dalle sei che comparivano nella 7.6.

Per ricavare il valore del coefficiente A e degli esponenti m ed n che compaiono nella 7.9 è necessario ricorrere a tecniche sperimentali. In letteratura si trovano tali valori per numerose configurazioni. Ad esempio, per un fluido in moto turbolento completamente sviluppato all'interno di un condotto, si ha l'equazione di Dittus e Boelter, ottenuta ponendo nella 7.9:

$$A = 0.023 \quad m = 0.8 \quad n = 0.3 \quad \text{per fluido che si raffredda}$$

$$A = 0.023 \quad m = 0.8 \quad n = 0.4 \quad \text{per fluido che si scalda}$$

Le proprietà del fluido vanno calcolate alla temperatura media del fluido.

Nel caso di convezione su una lastra piana indefinita si ha:

$$A = 0.664 \quad m = 0.5 \quad n = 0.33 \quad \text{per strato limite laminare}$$

$$A = 0.036 \quad m = 0.8 \quad n = 0.33 \quad \text{per strato limite turbolento}$$

In questo caso la 7.9 fornisce il valore medio di Nu nel tratto L.

7.5 CONVEZIONE NATURALE

Applicando l'analisi dimensionale alla convezione naturale, è possibile ottenere:

$$Nu = f(Gr, Pr)$$

con Gr, numero di Grashof, definito da:

$$Gr = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot L^3}{\nu^2} \quad 7.10$$

dove:

g = accelerazione di gravità

β = coefficiente di dilatazione termica, pari a

$$\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p, \text{ ovvero } 1/T \text{ per i gas ideali}$$

Le relazioni sono del tipo:

$$Nu = C \cdot (Pr \cdot Gr)^m = C \cdot Ra^m \quad 7.11$$

con

$$Ra = Gr \cdot Pr \text{ (numero di Rayleigh)} \quad 7.12$$

I numeri di Grashof e Prandtl vanno valutati alla cosiddetta *temperatura di film* T_f , definita come:

$$T_f = (T_s + T_\infty)/2$$

Calcolo dello scambio termico per convezione naturale per alcuni casi particolari

I valori dei coefficienti C ed m dipendono dalla geometria del problema e dal range in cui si trova il numero di Rayleigh, come indicato nella tabella 7.2.

Tab. 7.2 – Costanti C ed m da usare nella 7.11

GEOMETRIA	Ra	C	m
Piano o cilindro verticale	$10^4 \div 10^9$	0.59	1/4
	$10^9 \div 10^{13}$	0.10	1/3
Piano orizzontale (flusso ascendente)	$2 \cdot 10^4 \div 8 \cdot 10^6$	0.54	1/4
	$8 \cdot 10^6 \div 10^{11}$	0.15	1/3
Piano orizzontale (flusso discendente)	$10^5 - 10^{11}$	0.58	1/5

Quando il fluido è aria possono essere utilizzate le equazioni semplificate riportate in tabella 7.3.

Tab. 7.3 – Espressioni semplificate di h_c per l'aria

REGIME	LAMINARE ($10^4 < Ra < 10^9$)	TURBOLENTO ($Ra > 10^9$)
Piano o cilindro verticale	$h_c = 1.42 \cdot (\Delta T/L)^{1/4}$	$h_c = 0.95 \cdot (\Delta T)^{1/3}$
Piano orizzontale (flusso ascendente)	$h_c = 1.32 \cdot (\Delta T/L)^{1/4}$	$h_c = 1.43 \cdot (\Delta T)^{1/3}$
Piano orizzontale (flusso discendente)	$h_c = 0.61 \cdot (\Delta T/L^2)^{1/5}$	

Intercapedini

Nel caso di intercapedini limitate da pareti isoterme si ricorre talvolta al concetto di conducibilità termica equivalente λ_e . Essa rappresenta il valore di conducibilità termica di un immaginario materiale omogeneo tale per cui, a parità di temperatura delle due pareti, il flusso per conduzione risulterebbe pari a quello effettivamente trasmesso attraverso l'intercapedine per convezione naturale.

Si ha allora:

$$Q/A = h_c \cdot (T_1 - T_2) = \frac{\lambda_e}{\delta} (T_1 - T_2) \tag{7.13}$$

dove:

δ = spessore dell'intercapedine

λ_e può essere espresso attraverso il rapporto adimensionato:

$$Nu_\delta = \frac{h_c \delta}{\lambda} = \frac{\lambda_e}{\lambda}$$

in cui Nu_δ , numero di Nusselt calcolato per $L = \delta$, è dato da:

$$Nu_\delta = C \cdot (Gr_\delta \cdot Pr)^n \cdot (L / \delta)^m \tag{7.14}$$

con:

Gr_δ = Numero di Grashof calcolato per $L = \delta$

L = altezza o lunghezza dell'intercapedine

C, m, n = coefficienti riportati nella tabella 7.4

Per numeri di Grashof inferiori a 2000 si assume $\lambda_e \equiv \lambda$.

Tab. 7.4 – Valori delle costanti dell'equazione 7.14 per alcune geometrie semplici

GEOMETRIA	$Gr_\delta \cdot Pr$	L/δ	C	m	n
Verticale	$6 \cdot 10^3 \div 2 \cdot 10^5$	11÷42	0.197	-1/9	1/4
	$2 \cdot 10^5 \div 1.1 \cdot 10^7$	11÷42	0.073	-1/9	1/3
Orizzontale (flusso ascendente)	1700÷7000	0.059	0	0.4
	$7000 \div 3.2 \cdot 10^5$	0.212	0	1/4
	$> 3.2 \cdot 10^5$	0.061	0	1/3

SIMBOLOGIA

La simbologia adottata è sostanzialmente conforme a quanto previsto dalla norma ISO 31/1-1978.

Per le grandezze estensive specifiche si è adottato lo stesso simbolo di quelle estensive ma con la lettera minuscola, ad esempio:

$Q = \text{calore} \Rightarrow q = \text{calore scambiato dall'unità di massa}$

$L = \text{lavoro} \Rightarrow \ell = \text{lavoro scambiato dall'unità di massa}$

$C = \text{capacità termica} \Rightarrow c = \text{capacità termica massica (calore specifico)}$

Il punto sopra il simbolo di una grandezza ne indica la derivata rispetto al tempo, ad esempio:

$m = \text{massa} \Rightarrow \dot{m} = \text{portata}$

$Q = \text{calore} \Rightarrow \dot{Q} = \text{potenza termica o flusso termico}$

$L = \text{lavoro} \Rightarrow \dot{L} = \text{potenza meccanica}$

Simboli comuni a tutto il testo

Simbolo	Grandezza	Unità di misura S.I.
A	Area	m^2
C	Capacità termica	J/K
g	Accelerazione di gravità	m/s^2
m	Massa	kg
p	Pressione	Pa
Q	Calore	J
T	Temperatura	K, °C
U	Energia interna	J
V	Volume	m^3
ρ	Densità (massa volumica)	kg/m^3

Simboli specifici dei Capitoli 1-4

Simbolo	Grandezza	Unità di misura S.I.
E	Energia	J
F	Forza	N
H	Entalpia	J
k	Esponente dell'isentropica	-
L	Lavoro	J
n	Numero di kmoli	kmol
n	Esponente della politropica	-
r	Calore latente di evaporazione	kJ/kg
R*	Costante di elasticità di un gas	J/(kg.K)
S	Entropia	J/K
w	Velocità	m/s
x	Grado igrometrico dell'aria	kg/kg
x	Titolo del vapore	kg/kg
η	Rendimento	-
ρ	Rapporto di compressione volumetrico	-
β	Rapporto di introduzione volumetrico	-
μ	Massa molecolare	kg/kmol
φ	Umidità relativa	-

Simboli specifici dei Capitoli 5-7

Simbolo	Grandezza	Unità di misura S.I.
$Bi = hL / \lambda$	Numero di Biot	-
C	Conduttanza	W/(m ² K)
E	Potere emissivo	W/m ²
F	Fattore di forma	-
$Fo = \alpha t / L^2$	Numero di Fourier	-
$Gr = g\beta\Delta TL^3 / \nu^2$	Numero di Grashof	-
h	Coefficiente di scambio termico liminare o Adduttanza liminare	W/(m ² K)
L	Lunghezza (geometrica)	m
$Nu = hL / \lambda$	Numero di Nusselt	-
Pr	Numero di Prandtl	-
R	Resistenza termica	m ² K/W
R'	Resistenza termica specifica (areica)	K/W
$Re = uL / \nu$	Numero di Reynolds	-
s	Spessore	m
U	Trasmittanza termica	W/(m ² K)
u	velocità	m/s
α	Fattore di assorbimento radiativo	-
α	Diffusività termica	m ² /s
ϵ	Emissività	-
λ	Conducibilità termica	W/(m.K)
μ	Viscosità dinamica	kg.m/s ²
ν	Viscosità cinematica	m ² /s
ρ	Fattore di riflessione radiativo	-
τ	Fattore di trasmissione radiativo	-
Ω	Angolo solido	sr

BIBLIOGRAFIA

Çengel Y.A., *Termodinamica e trasmissione del calore*, McGraw-Hill Libri Italia, Milano, 1998.

Boffa C., Gregorio P., *Elementi di Fisica Tecnica*, Levrotto e Bella, Torino, 1977.

Per ulteriori approfondimenti si consiglia inoltre di consultare i testi sotto riportati.

Capitoli 1-4

- Abbott M.M., Van Ness H.C., *Thermodynamics*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1972.
- Calì M., Gregorio P., *Termodinamica*, Progetto Leonardo, Bologna, 1996.
- Cavallini A., Mattarolo L., *Termodinamica Applicata*, CLEUP, Padova, 1992.
- Kirillin V.A. Sychev V.V., Sheindlin A.E., *Engineering Thermodynamics*, Mir Publishers, Mosca, 1976.
- Zemansky M.W., *Termodinamica per ingegneri*, Zanichelli, Bologna, 1970.

Capitoli 5-7

- Bonacina C., Cavallini A., Mattarolo L., *Trasmissione del calore*, CLEUP, Padova, 1989.
- Guglielmini G., Pisoni C., *Elementi di trasmissione del calore*, Veschi, Milano, 1990.
- Holman J.P., *Heat Transfer*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1977.
- Mastrullo R., Mazzei P., Naso V., Vanoli R., *Fondamenti di trasmissione del calore*, Vol. I, Liguori Editore, Napoli, 1982.